

## Enunciado

Tenemos una mesa de billar con forma rectangular de lados  $a$  y  $b$  números naturales. Golpeamos una bola desde una esquina con ángulo de  $45^\circ$ . ¿Cuántas veces rebotará en las bandas antes de entrar en otra esquina? Se supone que la bola no toma efecto y que puede rodar indefinidamente.

## Procedencia

Este problema se propuso en la Olimpiada Matemática Nacional de 1998 de la FESPM. El enunciado ha sido modificado ligeramente para adaptarlo a este curso.

## Técnica de resolución de problemas

En este problema se puede utilizar la técnica de resolución de problemas que consiste en ponerse como meta provisional unos problemas más sencillos para intentar entender cómo encajan entre sí las distintas piezas del enunciado.

## Indicaciones

Comenzamos con una mesa de dimensiones 4 metros y 3 metros. Golpeamos desde la esquina de abajo a la izquierda (A) y describimos la trayectoria de la bola hasta que entre en otra esquina (B).

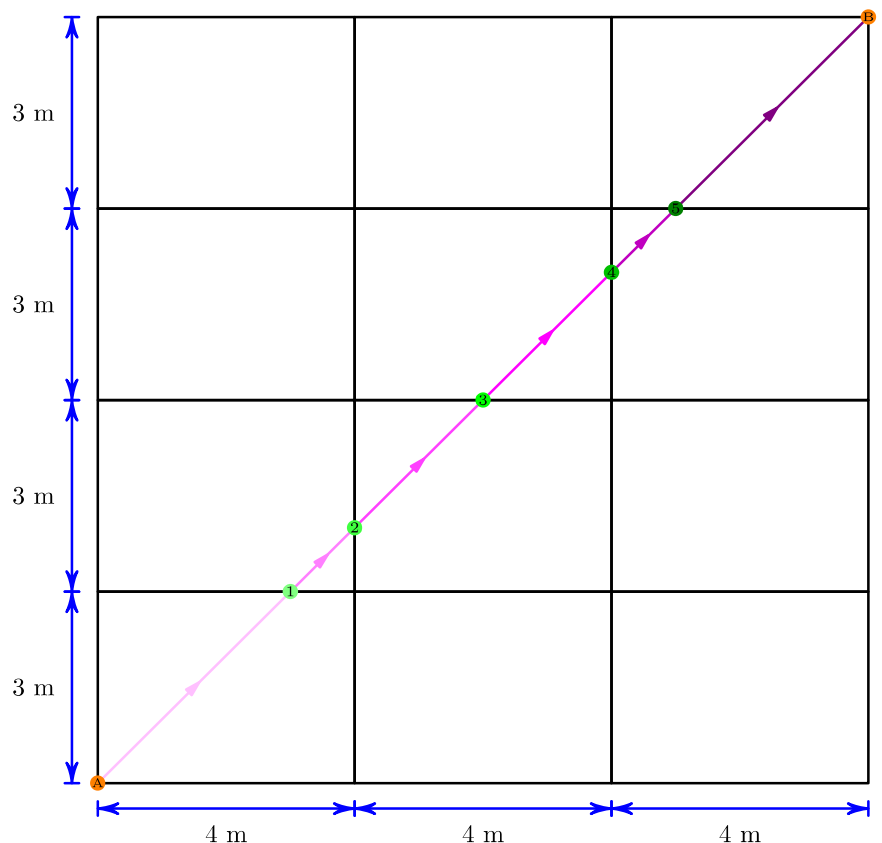
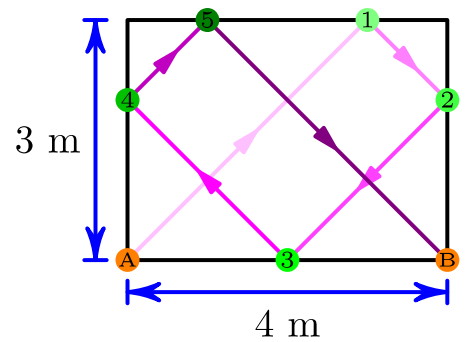
Ahora viene un punto importante: transformamos el problema de la mesa de billar en un problema parecido, de modo que la trayectoria se convierta en una línea recta. Para ello, repetimos la mesa de billar tantas veces como haga falta (véase más abajo).

Cada rebote en una banda del problema original se convierte en un paso de una mesa a otra en el nuevo problema. Vemos que hay que avanzar 3 mesas hacia la derecha y 4 hacia arriba, 7 avances en total. Pero hay que restar el punto inicial y el final, que no cuentan:  $7 - 2 = 5$ .

Observamos que si las dimensiones de la mesa se multiplicaran por cualquier número, la solución sería la misma.

## Tu turno

¿Qué pasaría si las dimensiones fueran 8 metros y 6 metros?, ¿y si la mesa fuera cuadrada (caso  $a=b$ )? Ahora te toca continuar pensando a ti. Puedes probar con otras dimensiones de ejemplo antes de pasar a pensar en la solución general.



**Solución**

$$\text{mcm}(a, b) : a + \text{mcm}(a, b) : b - 2$$