

Relación entre \mathbb{N} y \mathbb{Z}

Ya hemos visto que \mathbb{N} es un subconjunto de \mathbb{Z} : todos los números naturales son también números enteros; pero también hay infinitos números enteros que no son naturales. Esto haría pensar que en \mathbb{Z} hay más elementos que en \mathbb{N} ; sin embargo, no es así. La intuición que tenemos los humanos sobre las cantidades nos funciona bastante bien con cantidades finitas, pero no con las infinitas.

Conjuntos con la misma cantidad de elementos

Cuando queremos averiguar si dos conjuntos finitos tienen la misma cantidad de elementos, nos basta con contarlos. Es uno de los usos de los números naturales, quizá el primero.

Esto no sirve con los conjuntos infinitos, hay que usar otra técnica. Para saber si dos conjuntos infinitos tienen la misma cantidad de elementos, buscamos alguna manera de hacer corresponder los elementos de un conjunto con los del otro, de modo que ni sobre ni falte ningún elemento de ninguno de los dos conjuntos.

Una correspondencia entre elementos de \mathbb{N} y de \mathbb{Z}

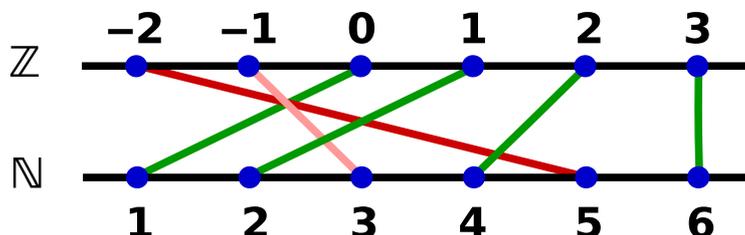
Partimos de los números enteros para hacer corresponder cada uno de ellos con un número natural, de esta manera:

- * Si el número es positivo, lo hacemos corresponder con su doble.
- * Si el número no es positivo, lo hacemos corresponder con el siguiente del doble de su opuesto.

Vemos unos ejemplos:

- * Número entero 1: es positivo, lo hacemos corresponder con su doble: 2.
- * Número entero 2: es positivo, lo hacemos corresponder con su doble: 4.
- * Número entero 3: es positivo, lo hacemos corresponder con su doble: 6.
- * Número entero 0: no es positivo; su opuesto es 0, el doble de 0 es 0, el siguiente de 0 es 1, así que hacemos corresponder el 0 con el 1.
- * Número entero -1 : no es positivo; su opuesto es 1, el doble de 1 es 2, el siguiente de 2 es 3, así que hacemos corresponder el -1 con el 3.
- * Número entero -2 : no es positivo; su opuesto es 2, el doble de 2 es 4, el siguiente de 4 es 5, así que hacemos corresponder el -2 con el 5.

Podemos visualizar las correspondencias:



Además, dado un número natural, sabemos con qué entero lo hemos hecho corresponder:

- * Si el número es par, se corresponde con su mitad.
- * Si el número es impar, se corresponde con el opuesto de la mitad de su anterior.

Conclusión

Como hemos hecho corresponder entre sí los números enteros y los naturales, la cantidad de cada uno de ellos es exactamente la misma.