Producto de potencias de la misma base

El producto de dos potencias de la misma base se puede escribir como una sola potencia con la misma base y que tiene como exponente la **suma** de los exponentes.

Ejemplo 1	$2^4 \cdot 2^5 = 2^9$	Se mantiene la base 2 y el exponente es 4+5 = 9
Ejemplo 2	$3^2 \cdot 3^4 = 3^6$	Se mantiene la base 3 y el exponente es 2+4 = 6
Ejemplo 3	$10^1 \cdot 10^2 = 10^3$	Se mantiene la base 10 y el exponente es 1+2 = 3

Comprobaciones

Comprobar una propiedad no es lo mismo que demostrarla, pero te puede ayudar a entenderla mejor. Para comprobar esta propiedad en los tres ejemplos, hay que calcular en cada uno los dos miembros de la igualdad y ver que sale lo mismo.

Ejemplo 1	$2^4 \cdot 2^5 = 16 \cdot 32 = 512$	$2^9 = 512$	Sí da el mismo resultado
Ejemplo 2	$3^2 \cdot 3^4 = 9 \cdot 81 = 729$	$3^6 = 729$	Sí da el mismo resultado
Ejemplo 3	$10^1 \cdot 10^2 = 10 \cdot 100 = 1000$	$10^3 = 1000$	Sí da el mismo resultado

Expresión general

En matemáticas no podemos usar constantemente ejemplos y comprobaciones, porque no sería una manera de proceder suficientemente general. Necesitamos escribir las propiedades de manera general.

Para hacerlo ahora e intentar comprender cómo hacerlo en el futuro, pensamos cómo generalizar los tres ejemplos:

* En el ejemplo (1) la base es 2, en el ejemplo (2) la base es 3 y en el ejemplo (3) la base es 10; para generalizar la propiedad, podemos usar una letra para representar cualquier base. Por ejemplo, elegimos la letra «a».
* En el ejemplo (1) los exponentes son 4 y 5, en el ejemplo (2) son 2 y 4 y en el ejemplo (3) son 1 y 2; para generalizar, podemos usar dos letras diferentes para representar los dos exponentes. Por ejemplo, elegimos las letras «n» y «m».
* Para indicar que hay que sumar los exponentes debemos conformarnos con escribir «n+m», sin hacer la operación, porque no sabremos cuáles son concretamente los números que representarán.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, la expresión general queda así:

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

Demostración

Las demostraciones son lo más difícil de las matemáticas, así que es normal que te cueste entenderlas, sobre todo al principio.

Para esta demostración, partimos del primer miembro y llegamos al segundo:

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ factores}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n+m \text{ factores}} = a^{n+m}$$

Para entender mejor la demostración, observa cómo aplicamos este razonamiento general en el ejemplo (1):

$$2^4 \cdot 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ factores}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ factores}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{9 \text{ factores}} = 2^9$$

