Suma de los ángulos de un cuadrilátero

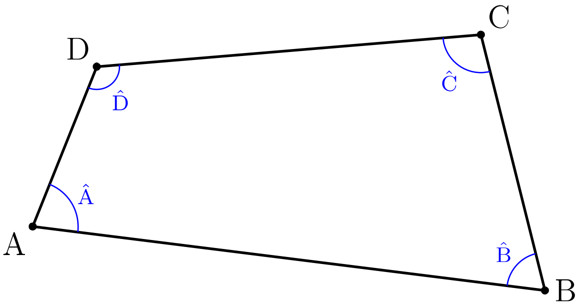
La suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°.

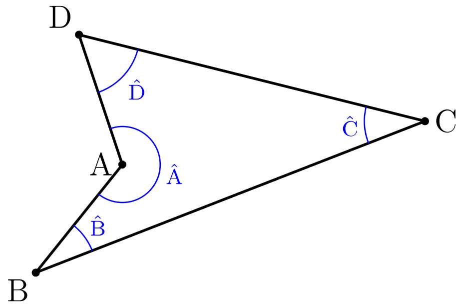
Demostración

La idea de la demostración es dividir el cuadrilátero en dos triángulos y usar la propiedad de que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°.

La demostración es válida tanto para cuadriláteros convexos como para cuadriláteros cóncavos.

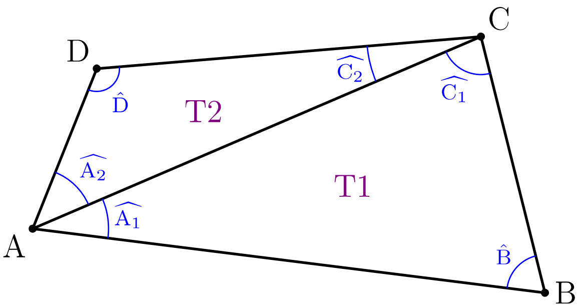
Consideramos el cuadrilátero ABCD y llamamos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$ a sus ángulos:

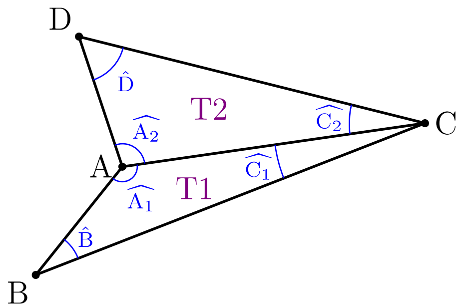




Hay que demostrar que $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$

Trazamos la diagonal AC, que descompone el cuadrilátero en los dos triángulos ABC (T1) y ACD (T2); usamos una notación para los ángulos de los triángulos que los relacione fácilmente con los ángulos del cuadrilátero:





Observamos que $\hat{A}=\widehat{A_1}+\widehat{A_2}$ y $\hat{C}=\widehat{C_1}+\widehat{C_2}$

En el triángulo ABC (T1) se verifica $\widehat{A_1}+\hat{B}+\widehat{C_1}=180^\circ$

En el triángulo ACD (T2) se verifica $\widehat{A_2}+\hat{D}+\widehat{C_2}=180^\circ$

Si sumamos las dos igualdades anteriores, obtenemos una nueva igualdad:

$\widehat{A_1}+\hat{B}+\widehat{C_1}+\widehat{A_2}+\hat{D}+\widehat{C_2}=180^\circ+180^\circ$

Si cambiamos el orden de los sumandos y hacemos la operación del segundo miembro obtenemos:

$\widehat{A_1}+\widehat{A_2}+\hat{B}+\widehat{C_1}+\widehat{C_2}+\hat{D}=360^\circ$

Usando las relaciones establecidas más arriba:

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$

