

Ecuaciones x^2 igual a un número

La diferencia principal entre las ecuaciones de primer grado y las ecuaciones de segundo grado es que en estas aparece un monomio de grado 2, que no aparece en aquellas.

Por tanto, para poder comprender bien cómo resolver ecuaciones de segundo grado hay que detenerse en resolver las más simples de todas, como estas:

Ejemplo 1 $\rightarrow x^2=9$	Ejemplo 2 $\rightarrow x^2=0$	Ejemplo 3 $\rightarrow x^2=-7$	Ejemplo 4 $\rightarrow x^2=\frac{16}{25}$
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	---

Método

Queremos averiguar todos los números que elevados al cuadrado nos dan como resultado el número del segundo miembro. Será imprescindible recordar algunas propiedades de las potencias y de las raíces cuadradas:

- * Un número negativo elevado al cuadrado da un número positivo.
- * No hay ningún número que elevado al cuadrado dé un número negativo.
- * Algunas fracciones positivas tienen como raíz cuadrada otra fracción.

Si el número es positivo

Estudiamos el ejemplo 1 $\rightarrow x^2=9$

Sabemos que la raíz cuadrada de 9 es un número que elevado al cuadrado da 9, así que $x=\sqrt{9}=3$ es una solución de la ecuación. Pero, por las propiedades de las potencias, también -3 es solución, ya que $(-3)^2=9$. Así pues, hemos encontrado dos soluciones: 3 y -3 .

Como en estos casos siempre vamos a encontrar dos soluciones (la raíz cuadrada y su opuesto), es común usar el símbolo « \pm » para designar las dos a la vez; así: $x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$.

Esta notación es muy cómoda, pero a veces lleva a errores; así pues, en este curso se usará en algunos pasos intermedios pero nunca para dar las soluciones finales, que escribiremos dando las dos soluciones juntas con una llave; así:

$$x^2=9 \Rightarrow x = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$$

Usando lo que hemos visto, estudiamos el ejemplo 4 $\rightarrow x^2=\frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \begin{cases} \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} \end{cases}$

Si el número es cero

Estudiamos el ejemplo 2 $\rightarrow x^2=0$. Como solo hay un número que elevado al cuadrado dé cero, esta ecuación solo tiene una solución, el cero.

$$x^2=0 \Rightarrow x=0$$

Si el número es negativo

Estudiamos el ejemplo 3 $\rightarrow x^2=-7$. Como no hay ningún número que elevado al cuadrado dé un número negativo, esta ecuación no tiene solución.

$$x^2=-7 \rightarrow \text{sin solución}$$