

Producto de un monomio por un polinomio

Ejemplo de lo que queremos realizar: averiguar a qué polinomio es igual el producto del monomio « $3x^2$ » y el polinomio « $6x-5$ ». Con otras palabras, queremos **desarrollar** la expresión « $3x^2 \cdot (6x-8)$ ». El punto es opcional, para indicar el producto no es necesario, ya que tenemos el paréntesis; pero lo vamos a mantener en esta explicación para ganar en claridad.

Si el producto fuera con números, usaríamos la jerarquía de operaciones para averiguar el número resultado final; calcularíamos primero el paréntesis, que tiene una suma, y luego haríamos el producto; por ejemplo: $3 \cdot (6-8) = 3 \cdot (-2) = -6$.

Pero como los monomios « $6x$ » y « -8 » que forman el paréntesis no son sumables, no podemos aplicar la jerarquía de operaciones, tenemos que buscar otra manera de operar.

Viene al rescate la propiedad distributiva, que decía $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$.

En nuestro caso, $a=3x^2$, $b=6x$ y $c=-8$.

Procedemos: $3x^2 \cdot (6x-8) = 3x^2 \cdot 6x + 3x^2 \cdot (-8)$

Como vemos, nos quedan dos productos de monomios, que ya sabemos hacer:

$3x^2 \cdot 6x = 18x^3$ y $3x^2 \cdot (-8) = -24x^2$.

Uniendo todo: $3x^2 \cdot (6x-8) = 3x^2 \cdot 6x + 3x^2 \cdot (-8) = 18x^3 - 24x^2$

Regla para multiplicar un monomio por un polinomio

* Se multiplica el monomio por todos los monomios del polinomio.

Ejemplo 1: $7x^3 \cdot (2x^2 - 5x + 3) = 7x^3 \cdot 2x^2 + 7x^3 \cdot (-5x) + 7x^3 \cdot 3 = 14x^5 - 35x^4 + 21x^3$

Ejemplo 2: $-3x^2 \cdot (x^2 + 2x - 5) = -3x^2 \cdot x^2 - 3x^2 \cdot 2x - 3x^2 \cdot (-5) = -3x^4 - 6x^3 + 15x^2$

* Casi siempre es posible hacer mentalmente los productos de monomios, sin escribirlos.

Ejemplo 3: $-2x \cdot (3x^4 + x - 5) = -6x^5 - 2x^2 + 10x$. Hemos hecho mentalmente tres productos: « $-2x \cdot 3x^4 = -6x^5$ », « $-2x \cdot x = -2x^2$ » y « $-2x \cdot (-5) = +10x$ »

* El orden del monomio y el polinomio es indiferente.

Ejemplo 4: $(5x^2 - 3x - 8) \cdot 3x = 15x^3 - 9x^2 - 24x$

Ejemplo 5: $(-x^5 - 3x^4 + 6x - 9) \cdot (-4x^3) = 4x^8 + 12x^7 - 24x^4 + 36x^3$

Producto de un número por un polinomio

Como los números también son monomios, el producto de un número por un polinomio no es más que un caso particular del producto de un monomio por un polinomio. Es decir: se multiplica el número por todos los monomios del polinomio.

Ejemplo 6: $3 \cdot (7x^3 - 2x^2 + 4x - 5) = 21x^3 - 6x^2 + 12x - 15$

Ejemplo 7: $-2 \cdot (x^3 + 4x^2 - 9x + 7) = -2x^3 - 8x^2 + 18x - 14$

Importancia de las simplificaciones

Recuerda que hemos dicho que los polinomios se suelen trabajar escribiéndolos de la manera más sencilla que sea posible y ordenando sus monomios por grados. Vemos la importancia de hacerlo así cuando hay que multiplicar un monomio por un polinomio. Antes de hacer la multiplicación, hay que simplificar el polinomio.

Ejemplo 8: $5x^3 \cdot (6x - 3 + 4x^2 - 5 + 3x) = 5x^3 \cdot (4x^2 + 9x - 8) = 20x^5 + 45x^4 - 40x^3$

Ejemplo 9: $(8xx - 3x^4 - x^2 - 3 + 3x^4 + 2x) \cdot (-2x) = (7x^2 + 2x - 3) \cdot (-2x) = -14x^3 - 4x^2 + 6x$