Ejemplos de conversión de fracción en número

Hemos visto algunos ejemplos de conversión de una fracción en un número y quizá hayas resuelto algunos ejercicios. Si todo ha ido bien, verás que siempre ha ocurrido alguno de estos casos:

* El resultado es un número entero.
* El resultado es un número decimal exacto.
* El resultado es un número decimal periódico puro.
* El resultado es un número decimal periódico mixto.

Para la explicación teórica que nos interesa ahora, podemos reducir los cuatro casos a solo dos:

* La división es exacta y por tanto el resultado es un número entero o un número decimal exacto.

  Ejemplo 1: $\frac{629}{37} = 17$; ejemplo 2: $\frac{545}{1024} = 0{,}5322265625$
* La división no es exacta y el resultado ha sido un número decimal periódico, puro o mixto.

  Ejemplo 3: $\frac{1}{17} = 0{,}\overline{0588235294117647}$; ejemplo 4: $\frac{226}{275} = 0{,}82\overline{18}$

Objetivo de la demostración

Ahora afrontamos la tarea de **demostrar** que esas dos son las únicas posibilidades que hay, en **todos** los casos. Es una tarea típica de la matemática: hacer demostraciones generales. En este nivel de enseñanza, te conviene entender bien primero los ejemplos concretos para poder afrontar una demostración general; pero te viene muy bien hacer el esfuerzo de entender esa generalización.

Demostración de los casos de conversión de fracción en número

Partimos de una fracción general, $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros y $b \neq 0$. Si la fracción es negativa, podemos asignar el número negativo al numerador, así que podemos asumir para la demostración que $b > 0$.

Cuando hacemos la división de a entre b el resto en cada paso tiene que ser menor que b, luego hay exactamente b posibles resultados: 0, 1, 2, ..., $b-1$.

Si en algún momento de la división el resto es 0, la división ha acabado y el resultado será un número entero o un número decimal exacto.

[Ahora viene el momento clave de la demostración]

Si no aparece ningún 0 como resto, debe llegar un momento en que se repita por primera vez uno de los restos (puesto que hay una cantidad finita de posibilidades), luego desde ahí se repetirán periódicamente las cifras del cociente y por tanto el resultado será un número decimal periódico (puro o mixto, dependiendo de cuándo aparezca el periodo).

Principio del palomar

La idea clave de esta demostración se parece mucho a un principio que se usa bastante para hacer demostraciones en matemáticas: el principio del palomar. La idea de este principio es que si tienes cuatro palomas y las tienes que guardar en tres palomares, en alguno de los palomares tendrá que haber más de una paloma.