

### Valor numérico de un polinomio

En el nivel 2 vimos y trabajamos el concepto de valor numérico de un polinomio.

- \* Ejemplo 1. Siendo  $Q(x) = x^3 - x + 6$ , calcula  $Q(2) \rightarrow Q(2) = 2^3 - 2 + 6 = 12$
- \* Ejemplo 2. Siendo  $R(x) = x^4 + 5$ , calcula  $R(-3) \rightarrow R(-3) = (-3)^4 + 5 = 86$
- \* Ejemplo 3. Siendo  $S(x) = x^5 - 3x - 9$ , calcula  $S(0) \rightarrow S(0) = 0^5 - 3 \cdot 0 - 9 = -9$

### Raíz de un polinomio

- \* Un número es raíz de un polinomio cuando el valor numérico del polinomio en ese número es 0.
- \* Decimos que el polinomio **se anula** en el número.
- \* Es más cómoda la definición simbólica de raíz de un polinomio: el número «a» es raíz del polinomio « $P(x)$ » cuando « $P(a) = 0$ ».

### Ejemplos

- \* Ejemplo 4. El número  $-2$  es raíz del polinomio  $Q(x) = x^3 - x + 6$  porque  $Q(-2) = 0$ .
- \* Ejemplo 5. El número  $5$  es raíz del polinomio  $T(x) = 6x - 30$  porque  $T(5) = 0$ .
- \* Ejemplo 6. Los números  $1$  y  $3$  son raíces del polinomio  $U(x) = x^2 - 4x + 3$  porque  $U(1) = 0$  y  $U(3) = 0$ .

### Estudio de las raíces de un polinomio

Durante la historia de la matemática los problemas asociados a las raíces de un polinomio han sido muy importantes y su estudio ha abierto nuevas vías de investigación. Siempre ha sido interesante responder estas preguntas:

- \* ¿Cuántas raíces tiene un polinomio?
- \* ¿Existen fórmulas exactas para calcular las raíces de un polinomio?
- \* ¿Cómo se distribuyen las raíces de un polinomio?
- \* ¿Cómo se pueden calcular las raíces no exactas de un polinomio?

El matemático francés Évariste Galois (1811-1832) es una de las personalidades más relevantes de estas investigaciones. La noche antes de morir, con solo 20 años, dejó escrita una carta a sus amigos explicando las mejores ideas que había descubierto.



### Relación entre raíces de un polinomio y su factorización

Estos dos problemas son duales: si resolvemos uno de ellos, resolvemos el otro:

- \* Cada vez que encontramos una raíz de un polinomio, podemos factorizarlo.
- \* Cada vez que factorizamos un polinomio, nos acercamos a calcular una raíz.

En este nivel del curso iremos profundizando en esta relación, que será la base de los dos métodos de factorización que aún nos quedan por estudiar.

### Propiedades de las raíces de un polinomio

Aunque las raíces de los polinomios tienen propiedades que no se pueden demostrar en la enseñanza secundaria, es conveniente conocer alguna:

- \* Un polinomio de grado  $n$  tiene, como máximo,  $n$  raíces.
- \* Si todos los coeficientes de un polinomio son números enteros, todas las raíces del polinomio que sean números enteros son divisores del monomio de grado cero (el término independiente).