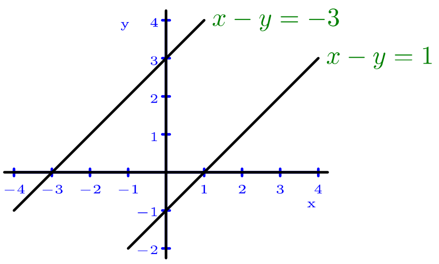
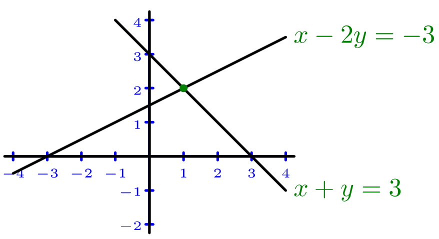
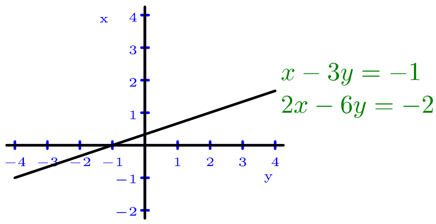
Tipos de sistemas de dos ecuaciones lineales

Atendiendo a cuántas soluciones tiene un sistema de dos ecuaciones lineales, los sistemas reciben distintos nombres:

- ✱ Sistemas **incompatibles**. No tienen ninguna solución. La representación gráfica de las soluciones de cada ecuación consiste en dos rectas paralelas. Cuando se intentan resolver mediante reducción, sustitución o igualación se llega a una contradicción.
- ✱ Sistemas **compatibles**. Tienen exactamente una solución. La representación gráfica de las soluciones de cada ecuación consiste en dos rectas que se cortan en un punto, que corresponde precisamente con la solución. Los valores exactos de la solución se pueden encontrar mediante reducción, sustitución o igualación.
- ✱ Sistemas **indeterminados**. Tienen infinitas soluciones. La representación gráfica de las soluciones de cada ecuación consiste en una única recta. Cuando se intentan resolver mediante reducción, sustitución o igualación, se llega a una identidad.

Ejemplos

<table>
<tr><td>Ejemplo 1. $\begin{cases} x-y=-3 \\ x-y=1 \end{cases}$</td><td>Ejemplo 2. $\begin{cases} x-2y=-3 \\ x+y=3 \end{cases}$</td><td>Ejemplo 3. $\begin{cases} x-3y=-1 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Sistema incompatible</td><td>Sistema compatible</td><td>Sistema indeterminado</td></tr>
</table>

Resoluciones

① Si lo resolvemos por reducción, al restar las dos ecuaciones se obtiene 0=–4, que es una contradicción, luego no la puede verificar ninguna pareja de números, por lo que vemos que el sistema es incompatible.

② La solución del sistema es $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, como se puede comprobar.

③ Para resolver el sistema el primer paso lógico, con cualquier método que utilizamos, es simplificar la segunda ecuación entre 2, con lo que el sistema queda con dos ecuaciones iguales: $\begin{cases} x-3y=-1 \\ x-3y=-1 \end{cases}$. Obviamente, cualquier solución de la primera ecuación es solución de la segunda, y viceversa, con lo que una de las dos sobra (es redundante). El sistema queda reducido a la ecuación x–3y=–1, que sabemos que tiene infinitas soluciones, luego es indeterminado. Si lo intentáramos resolver por reducción, llegaríamos al restar las ecuaciones a la expresión 0=0 (una identidad), que no sirve para resolver el sistema.

