

### Problemas sobre progresiones aritméticas

Las progresiones aritméticas son unas de las sucesiones más sencillas. Aún así, existen multitud de problemas relacionados con su uso, incluso antes de su aplicación a enunciados tomados de la vida real. Este tipo de problemas que parecen muy teóricos te ayudarán a afinar tu conocimiento y sobre todo tu ingenio para aplicar principios simples a enunciados más complejos.

#### Enunciados

- ① Dada la progresión aritmética  $a \rightarrow 11, 14, 17, \dots$ , averigua la expresión más sencilla de  $a_n$ .
- ② Dada la progresión aritmética  $b \rightarrow -24, -17, -10, \dots$ , calcula la suma de los primeros 23 términos que tienen subíndice par.
- ③ De la progresión aritmética «c» se sabe que  $c_5 = 79$  y  $c_{12} = 170$ . Calcula la diferencia de la progresión.

#### Resoluciones

- ① Calculamos  $a_1$  y la diferencia, que llamamos «d»:

$$a_1 = 11; d = a_2 - a_1 = 14 - 11 = 3.$$

La expresión del término general es  $a_n = a_1 + (n-1)d = 11 + (n-1) \cdot 3$ .

Simplificamos al máximo la expresión:  $a_n = 11 + (n-1) \cdot 3 = 11 + 3n - 3 = 3n + 8$

Solución:  $a_n = 3n + 8$

- ② Calculamos la diferencia, que llamamos «d»:  $d = b_2 - b_1 = -17 - (-24) = 7$ .

Los términos de la progresión aritmética «b» que tienen índice par forman otra progresión aritmética que llamamos «p», de la que sabemos:

$$p_1 = b_2 = -17; \text{ si llamamos «e» a la diferencia de «p»: } e = 2d = 2 \cdot 7 = 14.$$

$$\text{Calculamos el término 23 de «p»: } p_{23} = p_1 + (23-1)e = -17 + 22 \cdot 14 = 291.$$

Calculamos la suma de los primeros 23 términos de «p»:

$$S_{23} = (p_1 + p_{23}) \cdot \frac{23}{2} = (-17 + 291) \cdot \frac{23}{2} = 3151.$$

Solución: 3151

- ③ Llamamos «d» a la diferencia de la progresión aritmética «c».

Conocemos las expresiones de  $c_{12}$  y  $c_5$ :

$$c_{12} = c_1 + (12-1)d = c_1 + 11d$$

$$c_5 = c_1 + (5-1)d = c_1 + 4d$$

Si restamos las dos igualdades, obtenemos:

$$c_{12} - c_5 = (c_1 + 11d) - (c_1 + 4d) = c_1 + 11d - c_1 - 4d = 7d.$$

$$\text{Por tanto, } 7d = c_{12} - c_5 = 170 - 79 = 91 \Rightarrow d = 91 : 7 = 13.$$

Solución: 13