

¿Se pueden sumar todos los términos de una progresión geométrica?

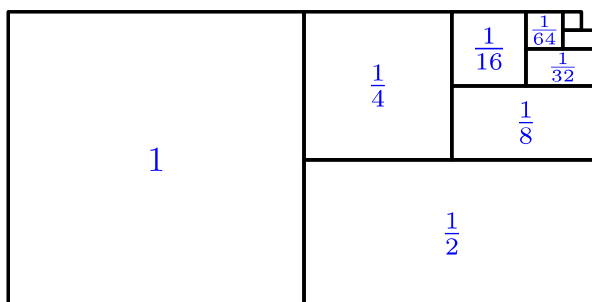
Quizá tu primera impresión ante esta pregunta sea contestar: «no se puede, porque son infinitos». Desde luego, no es lo mismo calcular la suma de los primeros términos de una progresión geométrica (para la que tenemos una expresión), aunque sean muchos, que calcular la suma de **todos** ellos. En la investigación matemática hay espacio para la experimentación, así que vamos a estudiar tres ejemplos para buscar inspiración. En todos ellos te sugerimos que primero los pienses tú mismo, nada más leer el enunciado.

Ejemplo 1

Enunciado: calcula la suma de todos los términos de la progresión geométrica «a» de primer término $a_1=1$ y razón $\frac{1}{2}$.

Estudio. La progresión: $a \rightarrow 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ La suma pedida: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

Para ayudarte a investigar si tiene sentido esta suma, la visualizamos con rectángulos que tengan como superficie los términos de la sucesión, colocándolos con habilidad:



Solución: 2.

Ejemplo 2

Enunciado: calcula la suma de todos los términos de la progresión geométrica «b» de primer término $a_1=1$ y razón 0,1.

Estudio. La progresión: $b \rightarrow 1; 0,1; 0,01; \dots$ La suma pedida: $1 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots$
Ya trabajamos en el nivel 2 con números parecidos a estos, los números decimales periódicos. **Solución:** $1, \overline{1}$.

Ejemplo 3

Enunciado: calcula la suma de todos los términos de la progresión geométrica «c» de primer término $c_1=3$ y razón 10.

Estudio. La progresión: $c \rightarrow 3, 30, 300, \dots$ La suma pedida: $3 + 30 + 300 + 3000 + \dots$

Observa que en este caso no podemos considerar el número 333333... con infinitas cifras, porque aunque sí existen números con infinitas cifras en la parte decimal, no existen números con infinitas cifras en la parte entera.

Solución: la suma no tiene sentido.

Idea provisional

En algunos casos es posible averiguar la suma de todos los términos de una progresión geométrica; pero en otros casos la suma no tiene sentido, porque crece (en valor absoluto) por encima de cualquier número que imaginemos.