

Cálculo de probabilidades en espacios muestrales no equiprobables

Muchos problemas interesantes de cálculo de probabilidades se presentan en espacios muestrales que no son equiprobables, pero pueden ser reinterpretados en vista del mecanismo subyacente en la experiencia aleatoria. En esos casos, podemos manejar a la vez el espacio muestral original, donde no es aplicable la ley de Laplace, y un espacio muestral auxiliar en el que sí es aplicable.

Ejemplo

Enunciado

En una urna hay tres bolas rojas, dos bolas azules y dos bolas verdes, indistinguibles en todo salvo en el color. Es decir: ●●●●●. Se extrae una bola al azar y se dice su color. Calcula con dos cifras significativas la probabilidad de que la bola extraída sea de color rojo.

Comentario

Si piensas un poco en el problema, es casi seguro que se te ocurre inmediatamente esto: «hay siete bolas y tres son rojas; pues la probabilidad es $\frac{3}{7}$ y luego divido».

Tu razonamiento es perfectamente correcto, pero no encaja del todo con lo que hemos estudiado hasta el momento; para empezar, el espacio muestral del problema es {rojo, azul, verde}, tiene tres sucesos elementales que no tienen la misma probabilidad (puesto que hay distinto número de bolas de cada color).

Realmente te has puesto a pensar en el espacio muestral {R1, R2, R3, A1, A2, V1, V2}, que es el que expresa lo que ocurre en la realidad: extraes una de las siete bolas y, aunque tú no las distingas, las bolas sí son diferentes. Este espacio muestral en el que te apoyas, con siete sucesos elementales, sí es equiprobable y puedes aplicar la ley de Laplace. Has reinterpretado el suceso {rojo} como el suceso {R1, R2, R3}, que tiene tres elementos y así has llegado a la probabilidad $\frac{3}{7}$.

Resolución

El espacio muestral es $E = \{\text{rojo, azul, verde}\}$, que no es equiprobable y por tanto no se puede aplicar la ley de Laplace.

Hay que calcular la probabilidad del suceso $S = \{\text{rojo}\}$

Utilizamos el espacio muestral auxiliar $E_{\text{aux}} = \{R1, R2, R3, A1, A2, V1, V2\}$, que es equiprobable y por tanto se puede aplicar la ley de Laplace.

Hay que calcular la probabilidad del suceso $S_{\text{aux}} = \{R1, R2, R3\}$

La probabilidad de S es: $p(S) = p(S_{\text{aux}}) = \frac{3}{7} = 0,43$

Calculadora: $3 \div 7 = \Rightarrow 0.428571428$

Solución: 0,43

Comentarios

- * Es muy probable que te ha parecido una explicación muy larga, rebuscada y complicada para un problema tan sencillo. Estamos de acuerdo; pero el método es óptimo para resolver de un modo sencillo problemas más difíciles, como verás en los siguientes ejemplos del curso, y se ajusta mejor a la teoría.
- * Casi todos los libros de texto resuelven estos problemas usando un espacio muestral auxiliar, pero normalmente no lo dicen explícitamente.