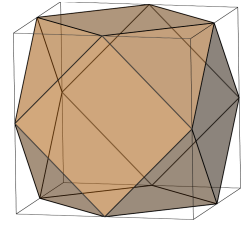
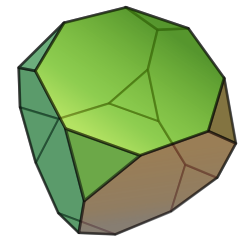


Enunciados

- ① Se cortan todas las esquinas de un hexaedro cuyo lado mide diez centímetros por los puntos medios de todas sus aristas y se obtiene una figura llamada cuboctaedro, formado por seis caras cuadradas y ocho triángulos equiláteros, como se ve en la figura de la derecha. Calcula en centímetros cúbicos con cuatro cifras significativas el volumen del cuboctaedro.



- ② En un hexaedro cuyo lado mide diez centímetros se marcan los puntos de las aristas que distan dos centímetros del vértice más cercano y después se cortan las esquinas por esos puntos, obteniéndose un hexaedro truncado formado por seis caras octogonales (que no son regulares) y ocho triángulos equiláteros, como se ve en la figura de la derecha. Calcula en centímetros cuadrados con cuatro cifras significativas el área del hexaedro truncado.

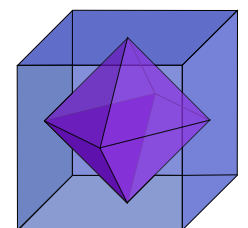


- ③ Cuando se entrena para jugar mejor al pádel se utilizan muchas pelotas, que luego hay que recoger. Para facilitar la ingrata tarea de recoger tantas pelotas se utilizan unos recogedores con los que no hay que agacharse. Los recogedores son cilíndricos y todas las bolas quedan recogidas en una sola columna, una sobre otra. Queremos saber cuántas pelotas caben en un recogedor y sabemos estos datos: las pelotas tienen un volumen de 150 centímetros cúbicos, el recogedor tiene un volumen de 4360 centímetros cúbicos y el diámetro del recogedor es dos milímetros mayor que el diámetro de las bolas.

- ④ Durante muchos años se estudió cuál sería la manera de almacenar un conjunto de esferas del mismo tamaño de modo que ocupen en total el menor volumen posible (es decir, minimizar el volumen del espacio de los huecos entre ellas). Al final resultó que el mejor método era el que ya se estaba usando para almacenar balas de cañón (ilustración de la derecha) y que ahora puedes ver en los supermercados cuando colocan las naranjas para que queden bonitas. Suponiendo que el diámetro de cada bala de cañón de la ilustración midiera 254 milímetros, calcula en milímetros redondeado a la unidad la altura total de la figura formada por todas las balas (es decir, no tengas en cuenta el soporte).



- ⑤ Calcula con tres cifras significativas:
- El porcentaje del volumen de un hexaedro que representa una esfera inscrita en él.
 - El porcentaje del volumen de una esfera que representa un hexaedro inscrito en ella.
 - El porcentaje del volumen de una esfera que representa un cilindro inscrito en ella cuya altura mide lo mismo que el diámetro de la base.
 - El porcentaje del volumen de un hexaedro que representa el octaedro cuyos vértices son los puntos medios de las caras del hexaedro (ver figura).



Soluciones

- ① $833,3 \text{ cm}^3$
- ② $579,7 \text{ cm}^2$
- ③ 18
- ④ 1152 mm
- ⑤ (a) 52,4 % (b) 36,8 % (c) 53,0 % (d) 16,7 %

Procedencia

- * El problema (1) se propuso en la Olimpiada Matemática Nacional de 2015 de la FESPM con el número 1, apartado 1. El enunciado ha sido modificado ligeramente para adaptarlo a este curso.
- * El problema (2) se propuso en la Olimpiada Matemática Nacional de 2015 de la FESPM con el número 1, apartado 2. El enunciado ha sido modificado ligeramente para adaptarlo a este curso.