

Enunciados

Resuelve las siguientes ecuaciones. Escribe con cuatro cifras significativas las soluciones que no sean números enteros.

① $\frac{5}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} = \frac{4}{x-4} + 2$

② $\sqrt{16x} + \sqrt{9x} = 161$

③ $\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2$

④ $\sqrt{\frac{x}{5}} + \sqrt{\frac{x}{3}} = 4$

⑤ $\frac{7}{\sqrt{x-7}} + \sqrt{x-7} = 8$

⑥ $\sqrt{x + \sqrt{x-3}} = 3$

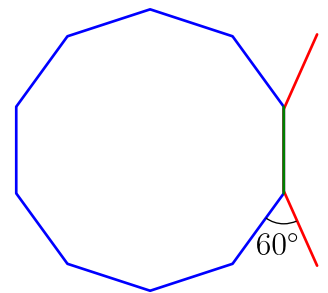
⑦ $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} = \frac{3}{4}$

⑧ $\sqrt{\frac{x+1}{x+2}} + 1 = \frac{1}{x+2}$

⑨ $(x^3 + 16x^2 + 53x - 70) \frac{1}{x^2 - 6x - 91} \sqrt{99 - x^2} = 0$

Enunciados

⑩ Colocamos sobre un lado común (en verde) un polígono regular de diez lados (en azul) y un polígono regular de n lados (en rojo), como se ve en la figura de la derecha. Se forma un ángulo de 60° entre ellos. Calcula el valor de n .



⑪ Calcula el área de un triángulo rectángulo sabiendo que un cateto mide 12 metros y el perímetro mide 84 metros. Da el resultado en metros cuadrados.

⑫ Un depósito de agua se puede llenar mediante dos grifos indistintamente. Si se usan individualmente, uno de ellos tarda 33 minutos más que el otro en llenar el depósito; si se usan conjuntamente, tardan 28 minutos en hacerlo. Calcula en minutos cuánto tiempo tarda en llenar el depósito el grifo que tarda menos tiempo.

⑬ Las longitudes de los lados de dos cuadrados suman 129 metros. El área de uno de los cuadrados mide 2193 metros cuadrados más que el otro. Calcula en metros la longitud del lado del menor cuadrado.

⑭ a) Resuelve con cuatro cifras significativas la ecuación $x = 1 + \frac{1}{x}$

b) Calcula con cuatro cifras significativas el valor de $x = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$

c) ¿Qué nombre propio recibe el número solución del apartado (b)?

⑮ a) Resuelve con cuatro cifras significativas la ecuación $x = \sqrt{1+x}$

b) Calcula con cuatro cifras significativas el valor de $x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$

c) ¿Qué nombre propio recibe el número solución del apartado (b)?

Soluciones

- ① $x = 1$
- ② $x = 529$
- ③ $x = 0,5774$
- ④ $x = 15,24$
- ⑤ $x = \begin{cases} 8 \\ 56 \end{cases}$
- ⑥ $x = 7$
- ⑦ $x = 4$
- ⑧ $x = -1$
- ⑨ $x = 1$
- ⑩ 15
- ⑪ 210 m^2
- ⑫ 44 min
- ⑬ 56 m
- ⑭ (a) $x = \begin{cases} -0,6180 \\ 1,618 \end{cases}$ (b) $x = 1,618$ (c) Número de oro
- ⑮ (a) $x = 1,618$ (b) $x = 1,618$ (c) Número de oro

Explicación

- ⑨ La ecuación $x^3 + 16x^2 + 53x - 70$ tiene tres soluciones: $x=1$, $x=-7$ y $x=-10$, pero:
 - La solución $x=-7$ no es válida porque anula el denominador.
 - La solución $x=-10$ no es válida porque daría $\sqrt{-1}$, que no existe.

Procedencia

El problema (10) se propuso en la Olimpiada Matemática Nacional de 2013 de la FESPM con el número 3, apartado 4. El enunciado ha sido modificado para adaptarlo a este curso.