

Ecuaciones factorizadas igualadas a cero

Aquí tienes unos ejemplos de las ecuaciones que pretendemos resolver:

$$\textcircled{1} \quad (x-5)(x+3)(x-7) = 0 \quad \textcircled{2} \quad (x^2-5x+4)(x^2+1) = 0 \quad \textcircled{3} \quad (x+7)^3(2x-5)^2 = 0$$

En todos ellos vemos el mismo patrón: un producto de polinomios igualado a cero.

Ya has resuelto un problema parecido en el nivel 2 de este curso, para resolver ecuaciones de segundo grado sin término independiente, ya que el primer paso es factorizar el polinomio; recuerda:

$$x^2-6x = 0 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases} . \text{ Solución: } x = \begin{cases} 0 \\ 6 \end{cases}$$

Idea fundamental

La idea fundamental que sustenta esta resolución es:

Para que un producto dé como resultado 0, alguno de los factores debe ser 0

Esta idea se puede aplicar a los tres ejemplos propuestos, así como a muchas otras situaciones que encajen con la idea de un producto igualado a 0.

Resoluciones

$$\textcircled{1} \quad (x-5)(x+3)(x-7)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ x+3=0 \\ x-7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-3 \\ x=7 \end{cases} . \text{ Solución: } x = \begin{cases} -3 \\ 5 \\ 7 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad (x^2-5x+4)(x^2+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-5x+4=0 \\ x^2+1=0 \end{cases}$$

Resolvemos cada una de las dos ecuaciones resultantes.

$$x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x^2+1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \text{sin solución}$$

Unimos todas las soluciones obtenidas en cada una de las ecuaciones; habría que eliminar las soluciones repetidas, si las hubiera. Cuando hay más de una solución, suele ser buena idea escribirlas en orden creciente.

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} 1 \\ 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad (x+7)^3(2x-5)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x+7)^3=0 \\ (2x-5)^2=0 \end{cases}$$

Resolvemos cada una de las dos ecuaciones resultantes:

$$(x+7)^3 = 0 \Rightarrow x+7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$(2x-5)^2 = 0 \Rightarrow 2x-5 = 0 \Rightarrow x = 2,5$$

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} -7 \\ 2,5 \end{cases}$$