

Enunciado

Resuelve la ecuación $\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2$

Resolución

Cuando la incógnita está presente en dos raíces cuadradas diferentes, dejar las dos en el mismo miembro no es la mejor idea, porque, tras elevar al cuadrado los dos miembros, seguirán apareciendo las dos raíces:

$$\begin{aligned}\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2 &\Rightarrow (\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2})^2=2^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (\sqrt{4x+8})^2+2\sqrt{4x+8}\sqrt{3x-2}+(\sqrt{3x-2})^2=4 &\Rightarrow 4x+8+2\sqrt{4x+8}\sqrt{3x-2}+3x-2=4\end{aligned}$$

Ahora habría que aislar el producto de las raíces en un miembro, volver a elevar al cuadrado y por fin desaparecerían las dos raíces. Es posible resolver la ecuación con este método, pero hay una alternativa algo más sencilla, que te mostramos a continuación:

Colocamos una raíz en cada miembro y luego elevamos los dos miembros al cuadrado:

$$\begin{aligned}\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2 &\Rightarrow \sqrt{4x+8}=2+\sqrt{3x-2} \Rightarrow (\sqrt{4x+8})^2=(2+\sqrt{3x-2})^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4x+8=4+2\sqrt{3x-2}+3x-2 &\end{aligned}$$

Ahora hay que volver a elevar al cuadrado los dos miembros, pero es muy importante antes aislar la raíz cuadrada que ha quedado y simplificar al máximo la ecuación, porque al elevar al cuadrado cualquier expresión, esta se complica.

$$\begin{aligned}4x+8=4+2\sqrt{3x-2}+3x-2 &\Rightarrow 4x-3x+8-4+2=4\sqrt{3x-2} \Rightarrow x+6=4\sqrt{3x-2} \Rightarrow \\ \Rightarrow (x+6)^2=(4\sqrt{3x-2})^2 &\Rightarrow x^2+12x+36=16(3x-2) \Rightarrow x^2+12x+36=48x-32 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2-36x+68=0 &\Rightarrow x = \frac{-(-36)\pm\sqrt{(-36)^2-4\cdot 1\cdot 68}}{2\cdot 1} = \frac{36\pm 32}{2} = 18\pm 16 = \begin{cases} 34 \\ 2 \end{cases}\end{aligned}$$

En este tipo de ecuaciones, como hemos elevado al cuadrado, siempre hay que comprobar la corrección de las soluciones obtenidas.

Comprobamos la corrección de la solución 34:

$$\sqrt{4\cdot 34+8}-\sqrt{3\cdot 34-2}=2 \quad \checkmark \text{ es correcta}$$

Comprobamos la corrección de la solución 2:

$$\sqrt{4\cdot 2+8}-\sqrt{3\cdot 2-2}=2 \quad \checkmark \text{ es correcta}$$

En esta ecuación se da la circunstancia de que las dos soluciones obtenidas son correctas, pero recuerda que en cada ecuación te puedes encontrar con una situación diferente.

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} 2 \\ 34 \end{cases}$$

Observación

Cuando se trabaja con expresiones algebraicas, es habitual que haya varios caminos correctos para llegar a la solución. Si se te ocurren varias vías de desarrollo, intenta valorar la dificultad de cada uno antes de adentrarte en los cálculos.