

Enunciados

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

①
$$\begin{cases} 2x+y=-1 \\ x^2-y=4 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} 2x-y=0 \\ xy=-4 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ xy=8 \end{cases}$$

Resoluciones

① Utilizamos el método de reducción para eliminar la incógnita «y»:

$$\begin{cases} 2x+y=-1 \\ x^2-y=4 \end{cases} \Rightarrow 2x+x^2=3 \Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 4}{2} =$$

$$= -1 \pm 2 = \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$$

Para cada valor obtenido para la incógnita «x» hay que calcular el valor correspondiente de la incógnita «y». Como hay que hacerlo dos veces, puede ser buena idea despejar antes «y»; lo hacemos en la ecuación de arriba:

$$2x+y=-1 \Rightarrow y=-2x-1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \Rightarrow y=-2 \cdot 1 - 1 = -3 \\ x=-3 & \Rightarrow y=-2 \cdot (-3) - 1 = 5 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$

② Utilizamos el método de sustitución despejando «y» en la primera ecuación:

$$\begin{cases} 2x-y=0 \\ xy=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2x \\ x \cdot 2x=-4 \end{cases} \Rightarrow 2x^2=-4 \Rightarrow x^2=-2 \rightarrow \text{sin solución}$$

Solución: el sistema no tiene ninguna solución.

③ Utilizamos el método de sustitución despejando «y» en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ xy=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + \left(\frac{8}{x}\right)^2 = 20 \\ y = \frac{8}{x} \end{cases} \Rightarrow x^2 + \frac{64}{x^2} = 20 \Rightarrow x^4 + 64 = 20x^2 \Rightarrow x^4 - 20x^2 + 64 = 0$$

Resolvemos la ecuación bicuadrada con el cambio de incógnita $z=x^2$:

$$x^4 - 20x^2 + 64 = 0 \Rightarrow z^2 - 20z + 64 = 0 \Rightarrow z = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2 \cdot 1} = \frac{20 \pm 12}{2} =$$

$$= 10 \pm 6 = \begin{cases} 16 \\ 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 = \begin{cases} 16 \\ 4 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} \pm\sqrt{16} \\ \pm\sqrt{4} \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} -4 \\ 4 \\ -2 \\ 2 \end{cases}$$

$$x = -4 \Rightarrow y = -2; x = 4 \Rightarrow y = 2; x = -2 \Rightarrow y = -4; x = 2 \Rightarrow y = 4$$

Solución: $\begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$, $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$