

Enunciado

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 4 \\ 2y - x = 3 \end{cases}$$

Resolución

Utilizamos el método de sustitución despejando «x» en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 4 \\ 2y - x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2y-3+y} - \sqrt{2y-3-y} = 4 \\ 2y-3 = x \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3y-3} - \sqrt{y-3} = 4$$

Tenemos una ecuación con la incógnita en dos raíces cuadradas, así que habrá que elevar la ecuación al cuadrado dos veces, simplificando cuanto se pueda durante el proceso. Al elevar al cuadrado, se pueden introducir soluciones falsas.

$$\begin{aligned} \sqrt{3y-3} - \sqrt{y-3} = 4 &\Rightarrow \sqrt{3y-3} = 4 + \sqrt{y-3} \Rightarrow (\sqrt{3y-3})^2 = (4 + \sqrt{y-3})^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3y-3 &= 16 + 8\sqrt{y-3} + y-3 \Rightarrow 3y-3 = 16 + 8\sqrt{y-3} + y-3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2y-16 &= 8\sqrt{y-3} \Rightarrow y-8 = 4\sqrt{y-3} \Rightarrow (y-8)^2 = (4\sqrt{y-3})^2 \Rightarrow y^2 - 16y + 64 = 16(y-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow y^2 - 16y + 64 &= 16y - 48 \Rightarrow y^2 - 32y + 112 = 0 \Rightarrow y = \frac{-(-32) \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 112}}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{32 \pm 24}{2} = 16 \pm 12 = \begin{cases} 28 \\ 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Para cada valor obtenido para la incógnita «y» hay que calcular el valor correspondiente de la incógnita «x».

$$x = 2y - 1 \Rightarrow \begin{cases} y=28 \Rightarrow x=2 \cdot 28 - 3 = 53 \\ y=4 \Rightarrow x=2 \cdot 4 - 3 = 5 \end{cases}$$

Hemos llegado hasta el momento a dos posibles soluciones: $\begin{cases} x=53 \\ y=28 \end{cases}, \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$

Comprobamos en el sistema original si cada una de las soluciones es correcta o no. Para ser correcta, se deben verificar las dos igualdades.

$$\begin{cases} x=53 \\ y=28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{53+28} - \sqrt{53-28} = 4 \quad \checkmark \\ 2 \cdot 28 - 53 = 3 \quad \checkmark \end{cases} \text{ Esta solución es correcta.}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{5+4} - \sqrt{5-4} = 4 \quad \times \\ 2 \cdot 4 - 5 = 3 \quad \checkmark \end{cases} \text{ Esta solución no es correcta.}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x=53 \\ y=28 \end{cases}$$