

Resolución de problemas usando sistemas de ecuaciones no lineales

Como un sistema de ecuaciones no lineales puede tener distintas cantidades de soluciones, es particularmente importante su discusión; es decir: razonar si cada una de las soluciones obtenidas del sistema realmente son solución del problema.

El trabajo que hiciste en el nivel 3 resolviendo problemas mediante ecuaciones de segundo grado te vendrá muy bien ahora para discutir las soluciones.

Enunciado

Averigua dos números naturales sabiendo que su producto es 726 y que el producto del siguiente del menor y el anterior del mayor es diez unidades mayor que el producto de los números.

Resolución

Llamamos «x» al menor de los dos números e «y» al mayor.

Como el producto de los números es 726, planteamos la ecuación « $xy = 726$ ».

Como el producto del siguiente del menor y el anterior del mayor es diez unidades mayor que el producto de los números, planteamos la ecuación « $(x+1)(y-1)=736$ ».

Por tanto, tenemos que resolver el sistema
$$\begin{cases} xy=726 \\ (x+1)(y-1)=736 \end{cases}$$

Desarrollamos la segunda ecuación teniendo en cuenta el enunciado de la primera:
 $(x+1)(y-1)=736 \Rightarrow xy-x+y-1 = 736 \Rightarrow 726-x+y-1 = 736 \Rightarrow -x+y = 11$

En el sistema de ecuaciones que hemos planteado sustituimos la segunda ecuación por la ecuación que acabamos de deducir para llegar a un sistema más sencillo que el anterior:
$$\begin{cases} xy=726 \\ -x+y=11 \end{cases}$$

Lo resolvemos por sustitución despejando «y» en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} xy=726 \\ -x+y=11 \end{cases} \begin{cases} x(x+11)=726 \\ y=x+11 \end{cases} \Rightarrow x^2+11x = 726 \Rightarrow x^2+11x-726 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-726)}}{2 \cdot 1} = \frac{-11 \pm 55}{2} = \begin{cases} 22 \\ -33 \end{cases}$$

Para cada valor obtenido para la incógnita «x» hay que calcular el valor correspondiente de la incógnita «y»:

$$y = x+11 \Rightarrow \begin{cases} x=22 & \Rightarrow y=22+11=33 \\ x=-33 & \Rightarrow y=-33+11=-22 \end{cases}$$

Hemos calculado que el sistema tiene dos soluciones: $\begin{cases} x=22 \\ y=33 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-33 \\ y=-22 \end{cases}$

La primera solución del sistema es solución del problema porque los dos números son naturales, pero la segunda solución del sistema no es solución del problema porque alguno de los números no es natural (realmente, ninguno de los dos).

Solución: Los números son 22 y 33.