

### La función exponencial real de variable real

- \* Si «a» es un número real positivo distinto de 1, definimos la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  como  $f(x) = a^x$ , de tal manera que sea **continua** y verifique todas las **propiedades** de las potencias. El número «a» es la **base** de la **función exponencial**.
- \* Para decir con símbolos que «a» es un número real positivo distinto de 1 escribimos  $a \in (0,1) \cup (1, \rightarrow)$ , lo que nos llevará a estudiar algunas propiedades distinguiendo los casos  $a \in (0,1)$  y  $a \in (1, \rightarrow)$ .
- \* No se admite que «a» sea negativo porque entonces  $a^x$  no existiría para infinitos valores de «x». Por ejemplo, para  $a = -1$  y  $x = 1/2$ , tendríamos  $a^x = (-1)^{1/2} = \sqrt{-1}$ , que no existe.
- \* No se admite que «a» sea 0 porque entonces la función  $f(x) = a^x$  sería simplemente la función constante  $f(x) = 0$ , ya que  $0^x$  siempre da como resultado 0.
- \* No se admite que «a» sea 1 porque entonces la función  $f(x) = a^x$  sería simplemente la función constante  $f(x) = 1$ , ya que  $1^x$  siempre da como resultado 1.

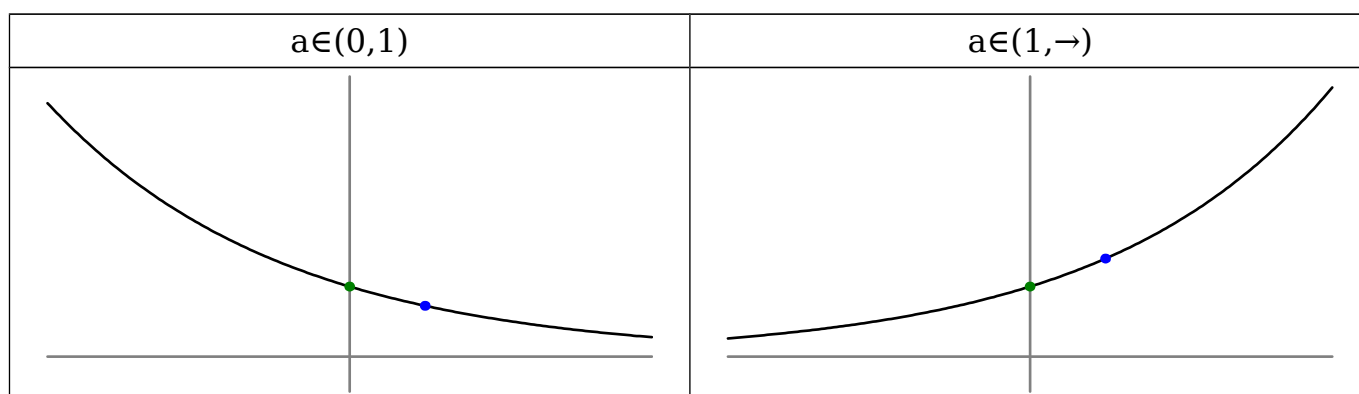
### Propiedades de las potencias

La función exponencial hereda todas las propiedades de las potencias. Concretamente, si  $a, b \in (0,1) \cup (1, \rightarrow)$ , se verifica:

1.  $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$
2.  $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$
3.  $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
4.  $a^{xy} = (a^x)^y$
5.  $(ab)^x = a^x \cdot b^x$
6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

### Representación gráfica de la función exponencial

El aspecto de la representación gráfica de la función exponencial depende de si  $a \in (0,1)$  o bien  $a \in (1, \rightarrow)$ . Aquí vemos un ejemplo de cada caso.



### Propiedades de la función exponencial

7. El dominio de la función exponencial es  $\mathbb{R}$ .
8. La función exponencial es continua.
9. La función exponencial es inyectiva.
10. La imagen de la función exponencial es  $(0, \rightarrow)$ . Esto también nos dice que  $a^x > 0$ .
11.  $a^0 = 1$ . Esto está mostrado en el punto verde de las gráficas, el punto  $(0,1)$ .
12.  $a^1 = a$ . Esto está mostrado en el punto azul de las gráficas, el punto  $(1,a)$ .
13. Si  $a \in (0,1)$ , la función es decreciente; si  $a \in (1, \rightarrow)$ , la función es creciente.