

Dominio e imagen de algunas funciones

El estudio del dominio y la imagen de las funciones reales de variable real suele ser vital para comprender su comportamiento.

La representación gráfica de la función es un complemento muy útil del estudio: el dominio será el conjunto de todas las abscisas de los puntos de la gráfica y la imagen será el conjunto de todas las ordenadas de los puntos de la gráfica.

Vemos ejemplos con funciones reales de variable real simples e importantes.

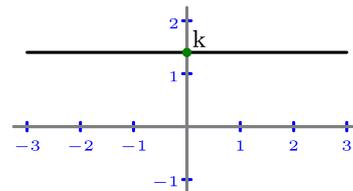
Función constante

Definición de la función:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con expresión analítica $f(x) = k$ (siendo k un número real).

Dominio e imagen: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$; $\text{Im}(f) = \{k\}$

Es decir, el dominio es el conjunto de los números reales y la imagen es un solo valor.



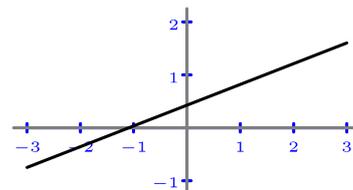
Función lineal

Definición de la función:

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con expresión analítica $g(x) = ax + b$ (siendo a y b dos números reales y $a \neq 0$).

Dominio e imagen: $\text{Dom}(g) = \mathbb{R}$; $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$

Es decir, tanto el dominio como la imagen son el conjunto de los números reales.



Función cuadrática

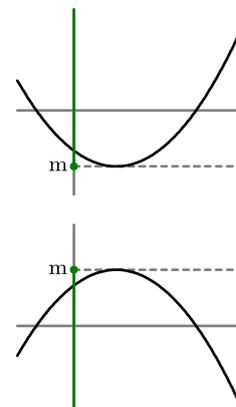
Definición de la función:

$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con expresión analítica $h(x) = ax^2 + bx + c$ (siendo a , b y c tres números reales y $a \neq 0$).

Dominio e imagen:

$\text{Dom}(h) = \mathbb{R}$; $\text{Im}(h) = \begin{cases} [m, \rightarrow) & \text{si } a > 0 \\ (\leftarrow, m] & \text{si } a < 0 \end{cases}$, siendo m la ordenada del vértice de la parábola.

Es decir, el dominio es el conjunto de los números reales y la imagen es una semirrecta cerrada.



Función de proporcionalidad inversa

Definición de la función:

$p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con expresión analítica $p(x) = \frac{k}{x}$ (siendo k un número real y $k \neq 0$).

Dominio e imagen: $\text{Dom}(p) = (\leftarrow, 0) \cup (0, \rightarrow)$; $\text{Im}(p) = (\leftarrow, 0) \cup (0, \rightarrow)$

Es decir, tanto el dominio como la imagen de esta función es el conjunto de los números reales excluido el cero. Este conjunto muchas veces se escribe como $\mathbb{R} - \{0\}$, lo cual es perfectamente comprensible, o como \mathbb{R}^* , aunque esta última manera se suele definir antes de usarla.

