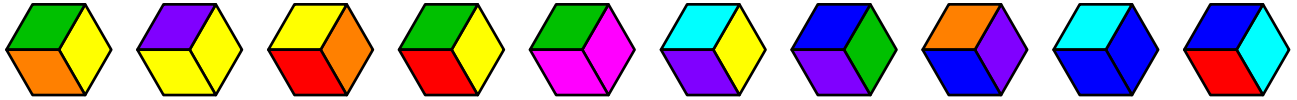
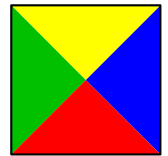


Enunciados

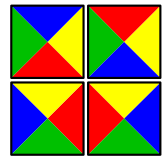
- ① A partir de la idea básica del juego del dominó se han desarrollado algunas variantes. En una de ellas se utilizan piezas hexagonales divididas en tres rombos iguales; cada rombo puede ser de un color cualquiera de los disponibles en el juego. Abajo vemos varias piezas válidas. Si queremos usar siete colores, ¿cuántas piezas hace falta fabricar para cubrir todas las posibilidades?



- ② Consideramos todas las baldosas cuadradas diferentes que se pueden crear descomponiendo un cuadrado en triángulos isósceles iguales y eligiendo entre cuatro colores un color diferente para cada uno de los triángulos. A la derecha vemos uno de los posibles cuadrados. (a) ¿Cuántos modelos de baldosa hay?

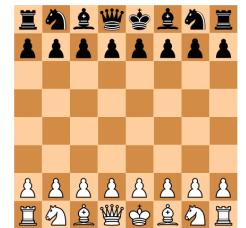


Tengo cuatro unidades de cada modelo para decorar una zona de una pared de mi vivienda con cuatro de esas baldosas colocadas formando un cuadrado. A la derecha se ve un ejemplo. (b) Calcula de cuántas maneras distintas puedo decorar la zona de la pared.



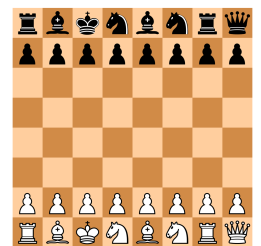
- ③ Con las cifras 1, 2, 5, 7 y 9 se forman todos los números posibles de tres cifras. Calcula cuánto suman todos esos números.

- ④ El ajedrez se juega en un tablero de 8×8 escaques, la mitad blancos y la mitad negros, usando dieciséis piezas blancas y dieciséis piezas negras, distribuidas en cada color de este modo: un rey (♔♚), una dama (♕♛), dos alfiles (♘♞), dos caballos (♞♟), dos torres (♖♜) y ocho peones (♙♟). La posición inicial del tablero y las piezas se ven a la izquierda.



Para evitar el uso que hacen los programas de ajedrez de una amplia biblioteca de aperturas (primeras jugadas de una partida), el ajedrecista islandés Bobby Fischer (1943-2008), de origen estadounidense, propuso una variante conocida como ajedrez aleatorio de Fischer en la que la posición inicial se sortea de acuerdo a estas reglas:

- (1) Solo se sortea la columna de las piezas blancas que no sean peones; las negras irán en la misma columna que las blancas y los peones no se sortean.
- (2) Los alfiles deben colocarse en escaques de distinto color.
- (3) El rey debe quedar entre las dos torres.



A la derecha se ve un ejemplo de posición inicial.

Calcula:

- (a) ¿De cuántas maneras se pueden sortear las piezas cumpliendo solo la primera condición?
- (b) ¿En cuántas de esas maneras los alfiles están en escaques de distinto color?
- (c) ¿De cuántas maneras se pueden sortear las piezas?

Soluciones

- ① 119
- ② (a) 6 (b) 331 776
- ③ 31 968
- ④ (a) 5040 (b) 2880 (c) 960

Comentario

El ajedrez aleatorio de Fischer también se conoce con el nombre de Chess960.

Métodos

Casi todos los problemas se pueden resolver de múltiples formas. Esto es particularmente cierto en los problemas que se resuelven usando combinatoria. Ofrecemos el método que hemos utilizado para llegar a las soluciones, sabiendo que tu método puede ser distinto.

- ① Un método: $\frac{VR_{7,3}-7}{3}+7$; otro método: $7+7\cdot 6+\frac{V_{7,3}}{3}$
- ② (a) P_3 (b) $VR_{P_4,4}$
- ③ $V_{4,2}\cdot(1+2+5+7+9)\cdot 111$
- ④ (a) $PR_8^{2,2,2}$ (b) $4^2\cdot PR_6^{2,2}$ (c) Un método: $4^2\cdot 6\cdot C_{5,2}\cdot 1$; otro método: $4^2\cdot C_{6,2}\cdot 4\cdot 1$