

### Problemas similares

Los siguientes problemas tienen unas resoluciones tan parecidas que en matemáticas se consideran el mismo problema cuando se estudian en general.

- ① ¿De cuántas maneras se pueden repartir ocho personas tres medallas de diferente valor?
- ② Si veinte equipos juegan una competición por el sistema de liguilla, ¿de cuántas maneras pueden declararse el campeón y el subcampeón?
- ③ En un concurso literario participan cien personas y se reparten cinco premios de diferente valor. ¿De cuántas maneras se pueden repartir los premios?

En todos los problemas consideramos un conjunto con cierto número de elementos (que llamaremos «m») del que hay que elegir un subconjunto con otro número de elementos (que llamaremos «n») con la particularidad de que **importa el orden** en que se eligen.

En el problema (1),  $m=8$ ,  $n=3$ ; en el (2),  $m=20$ ,  $n=2$ ; en el (3),  $m=100$ ,  $n=5$ .

### Variaciones

Llamamos variaciones de «m» elementos tomados de «n» en «n», siendo  $m \geq n$ , a la cantidad de posibles elecciones de «n» elementos de entre los «m», importando el orden de la elección. Se escribe  $V_{m,n}$  o bien  $V_m^n$ .

### Fórmula de las variaciones

Las variaciones de «m» elementos tomados de «n» en «n» (con  $m \geq n$ ) es igual al producto de «n» factores decrecientes comenzando por «m».

$$V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1)$$

Ejemplo 1:  $V_{8,3} \rightarrow$  tres factores decrecientes comenzando en 8:  $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

Ejemplo 2:  $V_{20,2} \rightarrow$  dos factores decrecientes comenzando en 20:  $20 \cdot 19 = 380$

Ejemplo 3:  $V_{100,5} \rightarrow$  cinco factores decrecientes comenzando en 100:

$$100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96 = 9\,034\,502\,400$$

### Demostración

Usamos la estrategia del producto: para la primera elección hay «m» posibilidades, para la segunda elección hay «m-1» posibilidades, y así sucesivamente.

### Calculadora

Muchas calculadoras incorporan la tecla **nPr** para calcular variaciones.

Ejemplo 4:  $V_{8,3} = 336$ . Calculadora: **8 nPr 3 =**

Ejemplo 5:  $V_{20,2} = 380$ . Calculadora: **20 nPr 2 =**

Ejemplo 6:  $V_{100,5} = 9\,034\,502\,400$ . Calculadora: **100 nPr 5 =**

### Resolución de los problemas

Podemos resolver los tres problemas propuestos aplicando directamente la estrategia del producto, pero debemos ser capaces de reconocer en ellos el mismo patrón de problema, que se resuelve mediante variaciones. Así pensamos de un modo más general y podremos atacar más adelante problemas más difíciles.

Soluciones: ① 336 ② 380 ③ 9 034 502 400