

Propiedades de las combinaciones

Las combinaciones tienen muchas propiedades de bastante interés en matemáticas. Vamos a ver las tres más sencillas, que resultan muy útiles para realizar algunos cálculos de modo sencillo. Aunque con la calculadora se puede averiguar fácilmente el número de combinaciones, estas propiedades permiten hacer algunos cálculos incluso más fácilmente que con la calculadora.

Combinaciones de «m» elementos tomados de «m» en «m»

Obviamente, solo puede haber una. Si hay que elegir todos los elementos de un conjunto, la única manera de hacerlo es... elegirlos todos. Por tanto,

$$C_{m,m} = 1$$

Ejemplo 1: $C_{15,15} = 1$

Combinaciones de «m» elementos tomados de 1 en 1

Obviamente, hay «m». Si hay que elegir un elemento de un conjunto, podremos hacerlo de tantas maneras como número de elementos haya. Por tanto,

$$C_{m,1} = m$$

Ejemplo 2: $C_{15,1} = 15$

Combinaciones de «m» elementos tomados de 0 en 0

Sí, suena muy raro. ¿Como es eso de no elegir ningún elemento? Pues hay situaciones en la vida en las que lo mejor es no hacer nada. Por ejemplo: en ajedrez, si el rey está ahogado, no hay ninguna jugada legal, y se declara la partida tablas (es decir, empate).

Tenemos que concluir que el número de maneras de elegir 0 elementos de un conjunto es una, la que consiste en no elegir nada. Por tanto,

$$C_{m,0} = 1$$

Ejemplo 3: $C_{37,0} = 1$

Elegir o no elegir

El número de maneras de seleccionar algunos elementos coincide con el número de maneras de elegir cuáles no vamos a seleccionar. Por ejemplo, si de 12 elementos hay que elegir 7, cada vez que elijamos 7 estaremos dejando de elegir los otros 5, y cada vez que dejemos de elegir 5, estaremos eligiendo los otros 7.

Por tanto, $C_{12,7} = C_{12,5}$, y en general:

$$C_{m,n} = C_{m,m-n}$$

Ejemplo 4: $C_{15,9} = C_{15,6}$

Ejemplo 5: $C_{32,30} = C_{32,2}$

Cálculos sin calculadora científica

Si tu calculadora no dispone de la tecla para calcular combinaciones, puedes utilizar estas propiedades de las combinaciones y la simplificación de fracciones para ayudarte en los cálculos, incluso hacerlo sin calculadora en absoluto.

Ejemplo 6: $C_{10,7} = C_{10,3} = \frac{V_{10,3}}{P_3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 3 \cdot 4 = 10 \cdot 12 = 120$