Extracción de factores de un radical

Es una de las técnicas más usadas para simplificar radicales. Se basa en la aplicación de dos propiedades: la descomposición de radicales y la simplificación de exponente e índice.

Ejemplo 1

Comenzamos con un ejemplo preliminar dando todos los pasos para entender el concepto; más adelante podremos hacerlo mediante un método más rápido.

Enunciado: simplifica al máximo el radical $\sqrt{42336}$

Descomponemos la cantidad subradical en factores primos: $42336 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7^2$

Como el radical es de índice 2, escribimos todos los exponentes como un múltiplo de 2 más un resto (si lo hay): $42336 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7^2 = 2^{4+1} \cdot 3^{2+1} \cdot 7^2$

Descomponemos las potencias que tienen una suma en el exponente:

$42336 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7^2 = 2^{4+1} \cdot 3^{2+1} \cdot 7^2 = 2^4 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 7^2$

Y ya podemos simplificar el radical:

$\sqrt{42336} = \sqrt{2^4 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 7^2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{6} = 84\sqrt{6}$.

Solución: $\sqrt{42336} = 84\sqrt{6}$

Ejemplo 2

Enunciado: simplifica al máximo el radical $\sqrt[3]{a^5 \cdot b^6 \cdot c^{10}}$

Cuando hay letras no tenemos que hacer la descomposición factorial.

Como el radical es de índice 3, escribimos todos los exponentes como un múltiplo de 3 más un resto (si lo hay) y descomponemos las potencias que tienen una suma en el exponente: $a^5 \cdot b^6 \cdot c^{10} = a^{3+2} \cdot b^6 \cdot c^{9+1} = a^3 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot c^9 \cdot c$

Y ya podemos simplificar el radical:

$\sqrt[3]{a^5 \cdot b^6 \cdot c^{10}} = \sqrt[3]{a^3 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot c^9 \cdot c} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6} \cdot \sqrt[3]{c^9} \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot c} = a \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot c}$.

Solución: $\sqrt[3]{a^5 \cdot b^6 \cdot c^{10}} = a \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot c}$

Fórmula general

Para simplificar al máximo $\sqrt[n]{a^m}$, hacemos la división entera de m entre n ,para obtener el cociente, c, y el resto, r. Entonces $m = c \cdot n + r$ y la simplificación es:

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^c \sqrt[n]{a^r}}$$

Ejemplo 3: simplifica al máximo el radical $\sqrt[7]{a^{25}}$.

División entera: $25 = 3 \cdot 7 + 4$. Por tanto, $\sqrt[7]{a^{25}} = a^3 \cdot \sqrt[7]{a^4}$

Caso particular

Hay un caso de simplificación de radicales, que aparece muy poco, que es bastante particular: la base es negativa y el índice es par. Por ejemplo, ¿como simplificaríamos el radical $\sqrt{(-3)^2}$? Obviamente, la respuesta es 3, ya que $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$. Pero si en vez del -3 vemos una letra, podríamos pensar $\sqrt{a^2} = a$; esta expresión solo es válida cuando a es no negativo (lo que suele ser lo más habitual). Realmente, la simplificación correcta es

$$\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$$

