

Operaciones comunes con radicales

Aunque es importante conocer todas las propiedades de los radicales, es verdad que algunas de ellas son un poco «exóticas» y se usan poco en el día a día. Lo que sí nos encontramos constantemente son operaciones comunes en los que intervienen radicales sencillos. Vamos a ver unos ejemplos con detenimiento; tú podrás saltarte pasos en cuanto lo manejes un poco.

Enunciados

Escribe las siguientes expresiones del modo más sencillo posible.

- ① $\sqrt{7} \cdot (4\sqrt{7})$
- ② $\sqrt{2}(3+5\sqrt{8})$
- ③ $(3+4\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})$
- ④ $(3+7\sqrt{5})^2$
- ⑤ $(7-4\sqrt{3})^2$
- ⑥ $(5+2\sqrt{7})(5-2\sqrt{7})$
- ⑦ $(1+\sqrt{2})^4$
- ⑧ $(3-5\sqrt{3})^2 + (2+9\sqrt{3})^2$

Resoluciones

Tratamos los radicales de un modo muy similar a como tratábamos las letras en las expresiones algebraicas: la expresión « $7+5\sqrt{17}$ » se parece a « $7+5x$ ».

- ① $\sqrt{7} \cdot (4\sqrt{7}) = 4 \cdot (\sqrt{7})^2 = 4 \cdot 7 = 28$
- ② $\sqrt{2}(3+5\sqrt{8}) = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}\sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{16} = 3\sqrt{2} + 5 \cdot 4 = 20 + 3\sqrt{2}$
- ③ $(3+4\sqrt{2})(5-2\sqrt{2}) = 3 \cdot 5 - 3 \cdot 2\sqrt{2} + 4 \cdot 5\sqrt{2} - 4 \cdot 2(\sqrt{2})^2 = 15 - 6\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - 8 \cdot 2 = -1 + 14\sqrt{2}$
- ④ $(3+7\sqrt{5})^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7\sqrt{5} + (7\sqrt{5})^2 = 9 + 42\sqrt{5} + 49 \cdot 5 = 254 + 42\sqrt{5}$
- ⑤ $(7-4\sqrt{3})^2 = 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4\sqrt{3} + (4\sqrt{3})^2 = 49 - 56\sqrt{3} + 16 \cdot 3 = 97 - 56\sqrt{3}$
- ⑥ $(5+2\sqrt{7})(5-2\sqrt{7}) = 5^2 - (2\sqrt{7})^2 = 25 - 4 \cdot 7 = -3$
- ⑦ $(1+\sqrt{2})^4 = ((1+\sqrt{2})^2)^2 = (1+2\sqrt{2}+2)^2 = (3+2\sqrt{2})^2 = 9 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 9 + 4\sqrt{2} + 4 \cdot 2 = 17 + 4\sqrt{2}$
- ⑧ $(3-5\sqrt{3})^2 + (2+9\sqrt{3})^2 = 9 - 30\sqrt{3} + 75 + 4 + 36\sqrt{3} + 243 = 331 + 6\sqrt{3}$

(Hemos ido un poco más rápido en este ejemplo)

Comentarios

En las resoluciones (1) y (6) vemos que la expresión original tiene radicales, pero la expresión final no las tiene. Usaremos eso más adelante.