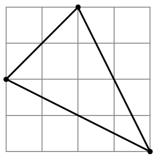
Enunciados

① Demuestra que $\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

② Consideramos un triángulo equilátero cualquiera y su circunferencia circunscrita. Expresa de manera exacta el cociente entre la longitud del radio de la circunferencia y la del lado del triángulo.



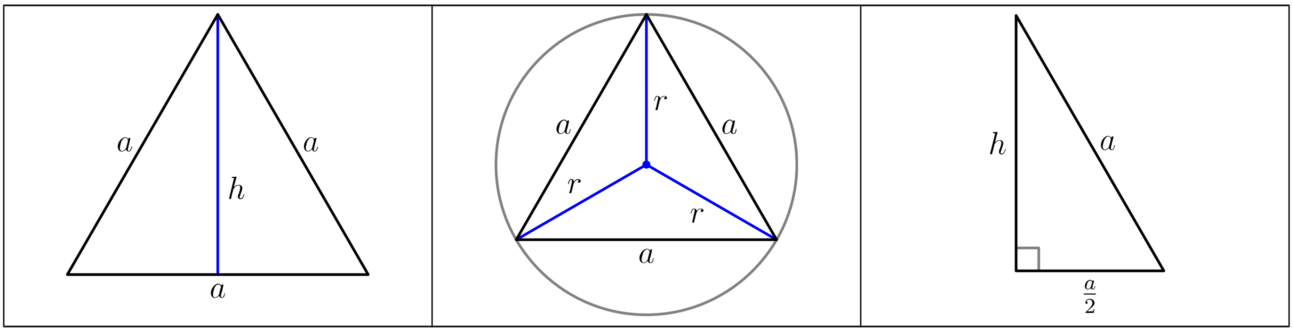
③ En la figura de la derecha la unidad de medida es la longitud del lado de cada cuadradito gris. Expresa de manera exacta la longitud del perímetro del triángulo señalado.

Resoluciones

① Para demostrar que la raíz cuadrada de $3-2\sqrt{2}$ es $\sqrt{2}-1$, basta aplicar la definición de raíz cuadrada: elevamos al cuadrado $\sqrt{2}-1$ y debemos obtener como resultado $3-2\sqrt{2}$:

$$\left(\sqrt{2}-1\right)^2 \;=\; \left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}+1 \;=\; 2-2\sqrt{2}+1 \;=\; 3-2\sqrt{2}$$

② Llamamos a a la longitud del lado del triángulo equilátero y r a la longitud del radio de la circunferencia circunscrita; si llamamos h a la longitud de la altura del triángulo, sabemos que $r=\frac{2}{3}h$



Calculamos h mediante el teorema de Pitágoras:

$$h^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{4}=\frac{3a^2}{4}\Rightarrow h=\sqrt{\frac{3a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ahora calculamos r: $r=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Y, por último, el cociente pedido: $\frac{r}{a}=\frac{a\sqrt{3}}{3}:a=\frac{\sqrt{3}}{3}$. Solución: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ Cada uno de los lados es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, luego sus longitudes se pueden calcular con el teorema de Pitágoras. Observamos que el triángulo es isósceles.

$$\text{Perímetro} = 2\sqrt{2^2+4^2}+\sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{20}+\sqrt{8} = 2\sqrt{2^2\cdot 5}+\sqrt{2^3} = 2\cdot 2\sqrt{5}+2\sqrt{2} =$$
$$= 4\sqrt{5}+2\sqrt{2}$$

Solución: $4\sqrt{5}+2\sqrt{2}$

