

Tercero de B.U.P.

Examen de suficiencia. Fecha: L. 18. 6. 1984

- ① Si $z = 2 + i$, $w = 2z^{70}$, hallar $3z - 2\bar{w} + \frac{z}{3-i} + i^9$
- ② Hallar $\sqrt[5]{1}$
- ③ Enunciar y demostrar el teorema del coseno
- ④ Dos lados de un triángulo miden 2 y 3; el ángulo comprendido es 60° . Hallar el otro lado, los otros dos ángulos y el área
- ⑤ Resolver la ecuación $\operatorname{tg} 4x = 1$ expresando el resultado en radianes
- ⑥ Demostrar que si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es derivable en x_0 , entonces es continua en x_0
- ⑦ Hallar la ecuación de una circunferencia que pasa por $(0,2)$ y $(4,2)$ y tiene el centro en la recta $x - y = 0$
- ⑧ Dada la parábola $y = 2x^2 - 3x$, hallar el punto de ella que tiene abscisa 1. Encontrar la ecuación de la tangente en ese punto. Dar la ecuación de una recta que sea perpendicular a la tangente anterior y que pase por $(5,3)$
- ⑨ Encontrar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de $f(x) = x^3 - 3x$
- ⑩ Enunciar y demostrar la regla de Barrow
- ⑪ $\int e^x \operatorname{sen} 3x \, dx$
- ⑫ $\int_0^3 \frac{3x+4}{x^2+3x+2} \, dx$
- ⑬ $\int \left(x^3 + \operatorname{sen} 3x - \frac{\sec^2 2x}{\operatorname{tg} 2x} \right) dx$
- ⑭ Dada la muestra $\{4, 5, 1, 2, 4, 3, 2, 4, 1, 4\}$ hallar la moda, la mediana, el recorrido, la media, la desviación media y la variancia

Valores de las preguntas

1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13 : medio punto

2, 4, 8, 10 : un punto

14 : un punto y medio

Tercero B

Fecha: X.5.2.1986

Tiempo: 50'

1p. (1) Definición de circunferencia, hipérbola y parábola

2p. (2) Distancia de un punto a una recta

3p. (3) Siendo $A = (1, 1)$, $B = (-2, 3)$, $C = (2, 1)$, hallar:

a) Ecuaciones de la recta que pasa por A y B

b) Recta perpendicular a \overline{AB} que pasa por C

c) Distancia de B a la recta que pasa por A y C

2p. (4) Ecuación de la circunferencia de centro $(-3, 1)$ y radio $\sqrt{20}$. Hallar la ecuación de las tangentes en los puntos $(1, 3)$ y $(0, 0)$

2p. (5) Hallar la excentricidad de una elipse ^{centrada} que pasa por $(2, \frac{\sqrt{20}}{3})$ si su eje mayor es 6.

Para subir calificación

(1) Hallar los vértices de un triángulo cuyos puntos medios de sus lados son $(-1, 0)$, $(-2, 2)$ y $(1, 1)$

(2) Demostrar que el punto $(-1, 1)$ no pertenece a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ y hallar las ecuaciones de las dos tangentes a la circunferencia que pasan por ese punto.

Tercero C

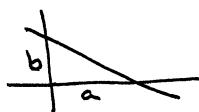
Fecha: V.7.3.1986 Tiempo: 50'

- 1p. ① Definición de pendiente, elipse y parábola
- 2p. ② Demostrar que si $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2 \mid \vec{a}, \vec{b} \neq 0$ entonces $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$
- 3p. ③ Siendo $A = (-1, 2)$, $B = (3, 2)$, $C = (0, -1)$, hallar:
- a) Ecuación de la recta que pase por A y B
 - b) Recta perpendicular al segmento \overline{AB} que pase por C
 - c) Distancia de B a la recta que pase por A y C
- 2p. ④ Ecuación de la circunferencia de centro $(2, 1)$ y radio $\sqrt{3}$. Hallar la ecuación de las tangentes en los puntos $(-1, -1)$ y $(0, 1)$
- 2p. ⑤ Los focos de una hipérbola son $(5, 0)$ y $(-5, 0)$ y el eje mayor mide 6. Hallar su ecuación y su excentricidad.

Para elevar calificación

- ① Encontrar todos los puntos $P \in \mathbb{R}^2 \rightarrow x+3y-11=0$ que verifican que $\overline{PA} \perp \overline{PB}$, donde $A = (3, 2)$ y $B = (4, 4)$

- ② Demostrar que la recta del dibujo tiene ecuación $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



Tercero C

1.5p (1) Calcular $2_{120^\circ} \cdot 3_{150^\circ} + (-i)^{153} - \frac{5-5i}{1+2i} + (1-i)(2+3i)$

1.5p (2) Calcular $\sqrt[10]{-1}$

2p (3) Hallar los máximos y mínimos de $f(x) = x e^{18x^2 + 13x}$

1.5p (4) Hallar la p.i. de $g(x) = \ln \frac{1}{x}$

3.5p (5) Representar gráficamente $p(x) = \frac{-x^3}{2} - \frac{3x^2}{2}$, estudiando la convexidad.

Para deber la calificación.

(1) Representar la función $f(x) = \frac{2}{e^x + 1}$

(2) Hallar el dominio de la función $g(x) = \ln \ln \sin x$

(3) Encontrar $z \in \mathbb{C} \mid (1+i)\bar{z} + 2_{270^\circ} z = i - 5$

Indicación $a+bi = c+di \Rightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$

Tercero B y C

Fecha: V. 6.6.1986 Tiempo: 50'

1.5p (A1) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \ln x$ 1p (A2) Der. parc. de $f(x,y,z) = x^3 + z \sin(xy) + ye^z$

2.5p (A3) Desc. 10 en dos sumandos de modo que el cuadrado del primero y el cubo del segundo sean lo más posible

1p. (B1) $\int x e^{3x} dx$ 2p. (B2) $\int \frac{2x-8}{x^2-8x+20} dx$ 2p. (B3) $\int \frac{8x-34}{x^2-8x+15} dx$
1.5p

1.5p (C1) $\int \frac{\arccos(5x)}{\sqrt{1-25x^2}} dx$ 2p (C2) $\int x^3 \ln x dx$

Para cubrir nota

① $\int x^n e^x dx$

② $\int \sin^2 x dx$

Tercero de B.U.P.

Examen de repasa de todas las evaluaciones. Fecha: L.9.6.1986. Tiempo: máx. 2h.

- 1p. (2A) Definición de pendiente, hipérbola y parábola
- 2p. (2B) Demostrar que si $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2 \mid \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ entonces $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle \vec{a}, \vec{b})$
- 4p. (2C) Los puntos $A=(1,6)$, $B=(5,1)$, $C=(-2,3)$ forman un triángulo. Hallar la longitud de una altura (1p.), la ecuación de una mediatriz (1p.) y el ortocentro (2p.)
- 2p. (2D) Ecuación de la circunf. de centro $(3,3)$ y radio $\sqrt{13}$. Hallar la ec. de las tg. en los puntos $(6,1)$ y $(0,0)$
- 1p. (2E) La ecuación de una elipse es $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Representarla aproximadamente y calcular su excentricidad.

1p. (3A) Operar $(5_{200} \cdot 6_{150})^3$ 1p. (3B) Operar $(-i)^{11} + (2-i)(3+i) + \frac{5+5i}{2+i}$

2p. (3C) Calcular $\sqrt[6]{1120}$ 3p. (3D) Representar la función $f(x) = x^3 - 3x$

1.5p. (3E) Calcular los puntos de inflexión de $g(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{2} + x^2$

1.5p. (3F) Calcular los máx. y mín. de $h(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$

1.5p. (4A) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \ln x$

1p. (4B) Der. parcial de $f(x,y,z) = e^{xyz} + \sin(x^2z^2) + z \operatorname{tg} y$

2.5p. (4C) Desc. 5 en dos sumandos de modo que el doble del primero y el cuadrado del segundo suman lo menos posible

2p. (4D) $\int \frac{13x-85}{x^2-13x+42} dx$

2p. (4E) $\int x^2 e^{2x} dx$

2p. (4F) $\int \frac{2x-5}{x^2-10x+30} dx$

① Hallar los vértices de un triángulo cuyos ^{puntos} medios de sus lados son conocidos. Sólo el método

② Demostrar que el punto $(-1,1)$ no pertenece a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ y hallar la ec. de la ds. tj. a la circunferencia que pasan por ese punto

① $\int x^n e^{-x} dx$ ② $\int \operatorname{sen}^2 x dx$

① De todos los conos de generatriz g , hallar los di. del de mayor volumen

② Hallar una función $f(x,y)$ | $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2x$ y $\frac{\partial f}{\partial y} = e^y$

① Hallar la distancia del punto $(6,3)$ a la recta $y = x + 3$

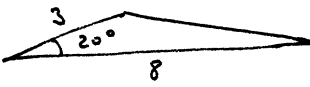
a) Por métodos de geom. analítica

b) Por métodos del cálculo dif. Indicación: recordar la def. de dist. de un punto a una recta y poner la recta en forma paramétrica.

① Si $\cos \alpha = t$, ¿cuánto vale $\cos 3\alpha$?

② Producto de números complejos

③ Resolver la ecuación $2\sin^2 x + 3\sin x = 2$

④ Resolver el triángulo 

⑤ Determinar el área, el baricentro y el circuncentro del triángulo que tiene sus vértices en los puntos $(2, 2)$, $(0, 4)$ y $(-2, 1)$

⑥ Dibujar la figura representada por la ecuación $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. Dar su nombre, su definición y calcular su excentricidad.

⑦ Calcular $i^{107} + (3-2i)(1+i) 2^{20} + \frac{10-20i}{3-i}$

⑧ Calcular $\sqrt[4]{-16}$

⑨ Demostrar que f tiene máximo relativo a $x_0 \Rightarrow f'(x_0) = 0$

⑩ Representar la función $y = x^4 - 2x^2$

⑪ Estudiar todo lo posible $y = \frac{e^x}{x}$ (mx., mn., p.i., asíntotas, repr. graf. ...)

⑫ Hallar las dimensiones del rectángulo de mayor área de los que tienen perímetro 20

⑬ Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \ln x$; $\lim_{x \rightarrow 0} x (\ln x)^2$

⑭ Dar las derivadas parciales de $f(x, y, z) = x e^{xy} + z^3 \cos(yz^2) - \arctg(\ln yz)$

⑮ $\int e^{2x} \sin 2x dx$

⑯ $\int x e^{15x} dx$

⑰ $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x dx$

⑱ $\int \frac{x^3}{x^2(x-1)} dx$

⑲ Hallar el área determinada por la función $y = x^2(x^2 - x - 2)$ y el eje de abscisas

Primera evaluación

1. El triángulo \widehat{ABC} tiene por vértices $A=(1,5)$, $B=(3,1)$ y $C=(-2,2)$.
Se pide:
- El ortocentro
 - La longitud de la altura que pasa por A
 - La longitud del lado BC
 - La superficie
 - La ecuación implícita de la recta paralela al lado AB que pasa por el vértice C

Segunda evaluación

- Encontrar la ecuación de una circunferencia que pase por el punto $P=(-1,1)$ y sea concéntrica con la de ecuación $x^2+y^2+6x-2y-7=0$
- De la cónica de ecuación $9x^2+16y^2-144=0$ se pide
 - Determinar sus constantes
 - Dar su definición como lugar geométrico
 - Representarla gráficamente

Tercera evaluación

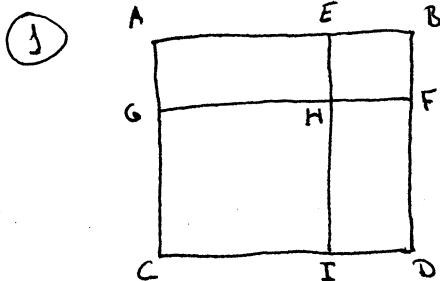
- Resolver la ecuación $\cos(2x) + 4\cos x = -1$
- De un triángulo isósceles se sabe que el lado desigual mide 10 m y cada uno de los ángulos iguales mide 30° . Calcular su perímetro y su superficie.
- Calcular $\sqrt[3]{-i}$ y representar gráficamente sus soluciones.

Cuarta evaluación

- Representar gráficamente la función $y = \frac{x+1}{x-2}$

Quinta evaluación

- $\int (x^5 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x}) dx$
- $\int (e^{6x} + \operatorname{sen} \frac{x}{4}) dx$
- $\int \frac{7}{5+3x^2} dx$

Examen para elevar las calificaciones* Primera evaluación

Hallar las coordenadas de H con los siguientes datos:

ABDC, EBFH y GHCI son cuadrados

Superficie (GHCI) = 4 · Superficie (EBFH)

A = (-3, 4), D = (-3, -2), C = (-6, 1)

- 2 El triángulo \widehat{ABC} es isósceles, A = (-3, 7), B = (7, 2) y el lado desigual está sobre la recta $r \equiv 3x - 4y - 13 = 0$. Hallar el vértice C

* Segunda evaluación

- 1 Hallar la ecuación de las circunferencias que pasan por el punto (18, 6), son tangentes al eje de ordenadas y tienen radio 13

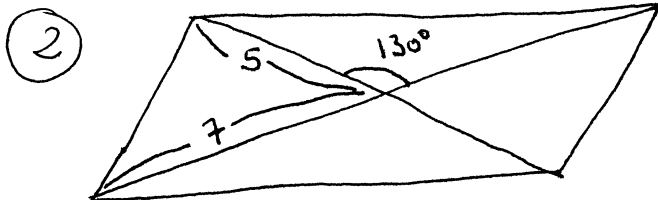
- 2 Demostrar que la ecuación de la recta tangente a la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ en el punto } (x_0, y_0) \text{ es } \frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

(Indicación: puedes calcular la pendiente derivando en forma implícita la ecuación de la elipse y luego usar la fórmula punto-pendiente)

* Tercera evaluación

- 1 Demostrar la identidad $\frac{1 - \operatorname{sen} 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$



Calcula el área del paralelogramo de la figura

(Usa calculadora)

* 4ª evaluación

① Representar gráficamente $y = \frac{e^x}{x}$

* Quinta evaluación

① Hallar las dimensiones del cono de menor generatriz de entre todos los que tienen volumen $18\pi \text{ Km}^3$

② Calcular las siguientes integrales

I) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} dx$

II) $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} dx$

III) $\int \frac{\text{tg } x}{1-\text{tg}^2 x} dx$