

PAU Madrid. Matemáticas II. Año 2002. Examen de junio.

Opción B. Ejercicio 2. Valor: 2 puntos.

Los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 2)$, $C(1, 3, 3)$ son tres vértices *consecutivos* de un paralelogramo. Se pide:

- (1 punto) Hallar las coordenadas del cuarto vértice D y calcular el área de dicho paralelogramo.
- (1 punto) Clasificar el paralelogramo por sus lados y por sus ángulos.

a) $D = C + \overrightarrow{BA} = (1, 3, 3) + (-1, -1, -1) = (0, 2, 2)$

El área del paralelogramo será:

$$|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}| = |(-1, -1, -1) \times (-1, 1, 1)| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |(0, 2, -2)| = \sqrt{8} = 2,828$$

Solución El vértice $D = (0, 2, 2)$ y la superficie del paralelogramo es $2,828u^2$

b) Calculamos la longitud de dos lados que se cortan:

$$|\overline{AB}| = |\overrightarrow{AB}| = |(1, 1, 1)| = \sqrt{3}; |\overline{BC}| = |\overrightarrow{BC}| = |(-1, 1, 1)| = \sqrt{3}$$

Como los cuatro lados son iguales, el paralelogramo es un rombo.

Vemos si dos lados que se cortan son perpendiculares o no:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (1, 1, 1) \cdot (-1, 1, 1) = -1 + 1 + 1 = 1 \neq 0$$

Como los lados que se cortan no son perpendiculares, el paralelogramo no es un rectángulo.

Solución El paralelogramo es un rombo y no es un rectángulo.