



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones, A y B. El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas, y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

Se considera la función

$$f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$$

a) (1 punto) Calcular las asíntotas, el máximo y el mínimo absolutos de la función $f(x)$.

b) (1 punto) Calcular $\int_0^1 f(x) dx$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema

$$\begin{cases} (1-a)x - 2y + 4z = 0 \\ x - (1+a)y + z = 0 \\ -x + ay - z = 0 \end{cases}$$

a) (1,5 puntos) Estudiar la compatibilidad según los valores del parámetro a .

b) (1.5 puntos) Resolver el sistema anterior cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Se consideran la recta y los planos siguientes

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases} ; \quad \pi_1 \equiv 2 - 3x + 2y - z = 0 ; \quad \pi_2 \equiv 3 + 2x + 2y - 2z = 0.$$

Se pide:

a) (1 punto) Determinar la posición relativa de la recta con respecto a cada uno de los planos.

b) (1 punto) Determinar la posición relativa de los dos planos.

c) (1 punto) Calcular la distancia de r a π_2 .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- a) (1 punto) Hallar A^{-1} .
b) (1 punto) Hallar la matriz X , tal que:

$$A \cdot X \cdot A^T = B$$

(donde A^T significa la matriz traspuesta de A)

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

- a) (1 punto) Dado el sistema $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$, escribir una tercera ecuación de la forma $ax + by = c$ (distinta de las dos anteriores) de manera que el sistema de tres ecuaciones y dos incógnitas resultante siga siendo compatible.
- b) (1 punto) Dado el sistema $\begin{cases} 2x + 2y - z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$, escribir una tercera ecuación de la forma $\alpha x + \beta y + \gamma z = 1$ (distinta de las dos anteriores) de manera que el sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas resultante sea compatible indeterminado.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

- a) (3 puntos) Determinar la posición relativa de los siguientes planos, para los distintos valores de parámetro k :

$$\begin{aligned} \pi_1 &\equiv 2x + 3y + kz = 3 \\ \pi_2 &\equiv x + ky - z = -1 \\ \pi_3 &\equiv 3x + y - 3z = -k \end{aligned}$$

- b) (1 punto) En los casos en que los tres planos anteriores se corten a lo largo de una recta común, hallar un vector director de dicha recta

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = 1 - x^2$, se pide:

- a) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $P(a, f(a))$, donde $0 < a < 1$.
- b) (1 punto) Hallar los puntos A y B en los que la recta hallada en el apartado a) corta a los ejes vertical y horizontal respectivamente.
- c) (1 punto) Determinar el valor de $a \in (0, 1)$ para el cual la distancia entre el punto A y el punto $P(a, f(a))$ es el doble de la distancia entre el punto B y el punto $P(a, f(a))$.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CURSO 2003/2004

OPCIÓN A

Ejercicio 1. 1 punto planteamiento; 1 punto resolución correcta.

Ejercicio 2. Apartado a): 0,5 puntos por las asíntotas; 0,5 puntos por máximo y mínimo. Apartado b): 1 punto.

Ejercicio 3. Apartado a): cálculo correcto de los rangos, 1 punto; discusión correcta, 0,5 puntos. Apartado b): 1,5 puntos.

Ejercicio 4. 1 punto cada apartado.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Apartado a): 1 punto. Apartado b): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución correcta.

Ejercicio 2. 1 punto cada apartado.

Ejercicio 3. Apartado a): 1 punto planteamiento. 1 punto resolución correcta. Apartado b): 1 punto.

Ejercicio 4. 1 punto cada apartado.