

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

Se deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.

No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Se considera la función $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

a) (1 punto). Hallar sus asíntotas y sus extremos locales.

b) (1 punto). Calcular los puntos de inflexión de $f(x)$ y dibujar la gráfica de $f(x)$.

2. (2 puntos). Calcular:

a) (1 punto) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2+n}{1+n} \right)^{1-5n}$

b) (1 punto) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2n^3 - 3} - \sqrt{n^4 - n}}{n+5}$

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + mz = m + 2 \\ 2x + (m+1)y + (m+1)z = -m \\ (m+2)x + 3y + (2m+1)z = 3m + 4 \end{cases}$$

se pide:

a) (2 puntos). Discutirlo según los valores del parámetro real m .

b) (1 punto). Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

4. (3 puntos). Sean los puntos A(1, 0, 2) y B(1, 1, -4).

a) (1 punto). Determinar las coordenadas de los puntos P y Q que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

b) (1 punto). Si P es el punto del apartado anterior más próximo al punto A, determinar la ecuación del plano π que contiene a P y es perpendicular a la recta AB.

c) (1 punto). Determinar la posición relativa del plano π y la recta

$$r: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$$

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Hallar los puntos de la recta $r : \begin{cases} 2x + z = 0 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$ cuya distancia al plano $\pi : 3x + 4y = 4$ es igual a $\frac{1}{3}$.

2. (2 puntos). Dados los puntos $A(1, 3, -2)$, $B(2, 2k+1, k)$ y $C(k+1, 4, 3)$, se pide:

a) (1 punto). Determinar para qué valor de k el triángulo ABC es rectángulo, con el ángulo recto en el vértice A.

b) (1 punto). Para el valor $k=0$ hallar el área del triángulo ABC.

3. (3 puntos). Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto). Hallar una matriz X tal que $AXA^{-1} = B$.

b) (1 punto). Calcular A^{10} .

c) (1 punto). Hallar todas las matrices M que satisfacen

$$(A - M)(A + M) = A^2 - M^2.$$

4. (3 puntos). Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } |x| < 2 \\ 1/x^2 & \text{si } |x| \geq 2 \end{cases}$

Se pide:

a) (1,5 puntos). Calcular a y b para que f sea continua y derivable en todo \mathbf{R} .

b) (1,5 puntos). Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, calcular el área de la región acotada limitada por la gráfica de f , el eje horizontal y las rectas $x=1$, $x=3$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Apartado *a*): 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
2. Apartado *a*): 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
3. Apartado *a*): Planteamiento, 1 punto; discusión, 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
4. Apartado *a*): 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
Apartado *c*): 1 punto.

OPCIÓN B

1. Planteamiento: 1 punto.
Resolución: 1 punto.
2. Apartado *a*): 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
3. Apartado *a*): Planteamiento, 0,5 puntos. Cálculo de la matriz X , 0,5 puntos.
Apartado *b*): 1 punto.
Apartado *c*): Planteamiento, 0,5 puntos. Determinación de todas las matrices M , 0,5 puntos
4. Apartado *a*): 1,5 puntos.
Apartado *b*): 1,5 puntos.