UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2008-2009

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz:

$$M = \left(\begin{array}{ccc} m & 1 & 2m \\ m & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \,,$$

se pide:

- a) (1,25 puntos). Determinar los valores del parámetro m para los cuales la matriz M es invertible.
- b) (0,5 puntos). Determinar los valores del parámetro m para los cuales la matriz M^{25} es invertible.
- c) (1,25 puntos). Para m = -1 calcular, si es posible, la matriz inversa M^{-1} de M.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax) - bx}{x^2} & \text{si } 1+ax > 0 \quad \text{y} \quad x \neq 0 \\ -\frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases},$$

se pide:

- a) (1,5 puntos). Hallar los valores de los parámetros a, b para los cuales la función f es continua en x=0.
- b) (1,5 puntos). Para a=b=1, estudiar si la función f es derivable en x=0 aplicando la definición de derivada.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{a} \,, \qquad s \equiv \frac{x-3}{b} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1} \,,$$

determinar los valores de los parámetros $a,\ b$ para los cuales las rectas $r,\ s$ se cortan perpendicularmente

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el plano $\pi \equiv 2x - y + 2z + 1 = 0$ hallar las ecuaciones de los planos paralelos a π que se encuentran a 3 unidades de π .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto). Dada la función:

$$f(x) = \frac{x}{1 - x^2} \quad ,$$

hallar el punto o los puntos de la gráfica de f(x) en los que la pendiente de la recta tangente sea 1.

- b) (0,5 puntos). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto x=0.
- c) (1,5 puntos). Sea g una función derivable con derivada continua en toda la recta real, y tal que g(0) = 0, g(2) = 2. Demostrar que existe al menos un punto c en el intervalo (0,2) tal que g'(c) = 1.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la recta:

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$$

y el plano $\pi \equiv x+y-2z+1=0$, hallar la ecuación de la recta s simétrica de la recta r respecto del plano π .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{llll} \lambda x & +2y & +z & = & 0 \\ \lambda x & -y & +2z & = & 0 \\ x & -\lambda y & +2z & = & 0 \end{array} \right. ,$$

se pide:

a) (1 punto). Obtener los valores del parámetro λ para los cuales el sistema tiene soluciones distintas de:

$$x = y = z = 0$$
.

b) (1 punto). Resolver el sistema para $\lambda = 5$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \left(\begin{array}{cc} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{array} \right) \,, \qquad B = \left(\begin{array}{cc} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{array} \right) \ \, ,$$

obtener una matriz cuadrada X de orden 2 que verifique la ecuación matricial AXB = A + B.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

- Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- Ejercicio 2. a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.
- Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

OPCIÓN B

- Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- **b)** Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- Ejercicio 2. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 2 puntos.
- Ejercicio 3. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Resolución, 1 punto.
- Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.