

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -mx + my + z = 0, \\ x - my + 3z = 4, \\ 2x - 2y - z = 0, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m .
- b) (0'5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
- c) (0'5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

La recta r pasa por $P(2, -1, 0)$ y tiene vector director $(1, \lambda, -2)$; la recta s pasa por $Q(1, 0, -1)$ y tiene vector director $(2, 4, 2)$.

- a) (2 puntos) Calcular $\lambda > 0$ para que la distancia entre r y s sea $\frac{9}{\sqrt{59}}$.
- b) (1 punto) Calcular λ para que r sea perpendicular a la recta que pasa por P y Q .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

- a) (0'5 puntos) Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.
- b) (1'5 puntos) Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una única solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

- a) (1 punto) Calcular la integral definida $\int_1^4 (1-x)e^{-x} dx$.
- b) (1 punto) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x)e^{-x}$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-x)e^{-x}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x \ln(x), & \text{si } x > 0, \\ x^2 e^x, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

(donde \ln denota logaritmo neperiano y a es un número real) se pide:

- a) (1 punto) Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo \mathbb{R} .
- b) (1 punto) Calcular $f'(x)$ donde sea posible.
- c) (1 punto) Calcular $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados los puntos $P(-1, -1, 1)$, $Q(1, 0, 2)$ y los planos

$$\pi_1 \equiv x - z = 0, \quad \pi_2 \equiv my - 6z = 0, \quad \pi_3 \equiv x + y - mz = 0,$$

se pide:

- a) (1 punto) Calcular los valores de m para los que los tres planos se cortan en una recta.
- b) (1 punto) Para $m = 3$, hallar la ecuación del plano que contiene al punto P y es perpendicular a la recta de intersección de los planos π_1 y π_2 .
- c) (1 punto) Hallar la distancia entre los puntos Q y P' , siendo P' el punto simétrico de P respecto al plano π_1 .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$ y usando las propiedades de los determinantes, calcular el valor de los siguientes determinantes:

$$\text{a)}(1 \text{ punto}) \begin{vmatrix} 2a - 2b & c & 5b \\ 2d - 2e & f & 5e \\ -2 & 3 & 10 \end{vmatrix} \qquad \text{b)}(1 \text{ punto}) \begin{vmatrix} a - 1 & b - 2 & 2c - 6 \\ 2 & 4 & 12 \\ d & e & 2f \end{vmatrix}$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, hallar todas las matrices $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que conmutan con A , es decir que cumplen $AB = BA$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Por la obtención de los valores críticos [$m = 1$, $m = 2$]: 0'5 puntos (repartidos en planteamiento: 0'25; resolución: 0'25). Por la discusión de cada uno de los tres casos [$m = 1$], [$m = 2$], [$m \neq 1, m \neq 2$]: 0'5 puntos.
- b) Procedimiento: 0'25 puntos. Cálculos: 0'25 puntos.
- c) Procedimiento: 0'25 puntos. Cálculos: 0'25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Procedimiento: 1 punto. Cálculos: 1 punto.
- b) Resultado: 0'5 puntos. Justificación: 0'5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Calcular la derivada: 0'25 puntos. Justificar que f es creciente en todo \mathbb{R} : 0'25 puntos.
- b) Localizar el intervalo: 0'5 puntos. Aplicar correctamente el teorema de Bolzano: 0'5 puntos. Justificar la unicidad: 0'5 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Por la primitiva: 0'75 puntos (repartidos en procedimiento: 0'5 y resultado: 0'25). Por aplicar la regla de Barrow: 0'25.
- b) Por cada límite: 0'5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Planteamiento: 0'25 puntos. Por calcular los límites laterales en $x = 0$: 0'25 puntos, por cada uno. Por la obtención del valor de a : 0'25 puntos.
- b) Por calcular $f'(x)$, para $x \neq 0$: 0'5 puntos. Por el estudio de la derivabilidad en $x = 0$: 0'5 puntos (repartidos en planteamiento: 0'25; resolución: 0'25).
- c) Por saber qué integral hay que calcular: 0'25 puntos. Por la primitiva: 0'5 puntos. Por aplicar la regla de Barrow correctamente: 0'25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0'5 puntos. Resolución: 0'5 puntos.
- b) Planteamiento: 0'5 puntos. Resolución: 0'5 puntos.
- c) Planteamiento: 0'5 puntos. Resolución: 0'5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Resultado: 0'25. Justificación: 0'75.
- b) Resultado: 0'25 puntos. Justificación: 0'75 puntos.

Ejercicio 4.

Hacer los productos AB y BA : 0'5 puntos. Plantear el sistema: 0'5 puntos. Resolverlo 0'5 puntos. Expresar correctamente las matrices solución: 0'5 puntos.