

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO MÁXIMO: Una hora y treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcular las matrices  $M = AB$  y  $N = BA$ .  
(b) Calcular  $P^{-1}$ , siendo  $P = (N - I)$ , donde  $I$  representa la matriz identidad.  
(c) Resolver el sistema  $PX = C$ .

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

- (a) Hallar las coordenadas del mínimo de la curva  $y = x^2 - 4x - 5$ .  
(b) Calcular el área del triángulo limitado por el eje  $OX$  y las tangentes a la curva dada en los puntos de intersección de dicha curva con el eje  $OX$ .

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se tiene tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

- (a) Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?  
(b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se quiere comprobar si una máquina destinada al llenado de envases de agua mineral ha sufrido un desajuste. Una muestra aleatoria de diez envases de esta máquina ha proporcionado los siguientes resultados:

0,49   0,52   0,51   0,48   0,53   0,55   0,49   0,50   0,52   0,49.

Suponiendo que la cantidad de agua mineral que este tipo de máquinas deposita en cada envase sigue una distribución normal de media 0,5 litros y desviación típica 0,02 litros, se desea contrastar si el contenido medio de los envases de esta máquina es de 0,5 litros, con un nivel de significación del 5%.

- (a) Plantear las hipótesis nula y alternativa del contraste.  
(b) Determinar la región crítica del contraste.  
(c) Realizar el contraste.

OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un proyecto de asfaltado puede llevarse a cabo por dos grupos diferentes de una misma empresa: G1 y G2. Se trata de asfaltar tres zonas: A, B y C. En una semana, el grupo G1 es capaz de asfaltar 3 unidades en la zona A, 2 en la zona B y 2 en la zona C. El grupo G2 es capaz de asfaltar semanalmente 2 unidades en la zona A, 3 en la zona B y 2 en la zona C. El coste semanal se estima en 3300 euros para G1 y en 3500 euros para G2. Se necesita asfaltar un mínimo de 6 unidades en la zona A, 12 en la zona B y 10 en la zona C. ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para finalizar el proyecto con el mínimo coste?

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la curva de ecuación

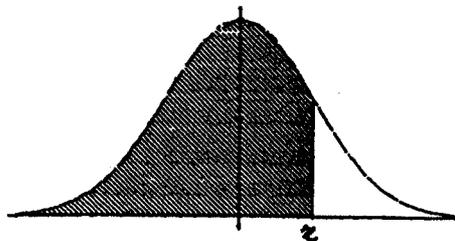
$$y = x^3 - 4x.$$

- (a) Hallar las coordenadas de sus puntos de intersección con los ejes coordenados y de sus máximos y mínimos relativos, si existen.
- (b) Representar gráficamente la curva.
- (c) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la curva y el eje  $OX$ .
3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
- Se lanzan dos dados equilibrados de seis caras tres veces consecutivas:
- (a) Calcular la probabilidad de que en los tres lanzamientos salga el seis doble.
- (b) Calcular la probabilidad de que en los tres lanzamientos salga un doble distinto del seis doble.
4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se hace una encuesta entre 50 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es 35 segundos. Calcular un intervalo de confianza al 99% para la duración media de las llamadas.

# ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



$z$	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990