

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO

Curso **2014-2015**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlese A^{15} e indíquese si la matriz A tiene inversa.
- b) Calcúlese el determinante de la matriz $(B \cdot A^t \cdot B^{-1} - 2 \cdot Id)^3$.

Nota: A^t denota la matriz traspuesta de A . Id es la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Un distribuidor de aceite acude a una almazara para comprar dos tipos de aceite, A y B . La cantidad máxima que puede comprar es de 12.000 litros en total. El aceite de tipo A cuesta 3 euros/litro y el de tipo B cuesta 2 euros/litro. Necesita adquirir al menos 2.000 litros de cada tipo de aceite. Por otra parte, el coste total por compra de aceite no debe ser superior a 30.000 euros. El beneficio que se conseguirá con la venta del aceite será de un 25 % sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo A y de un 30 % sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo B . ¿Cuántos litros de cada tipo de aceite se deberían adquirir para maximizar el beneficio? Obténgase el valor del beneficio máximo.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 4x^3 - ax^2 - ax + 2$, $a \in \mathbb{R}$.

- a) Determínese el valor del parámetro real a para que la función alcance un extremo relativo en $x = 1/2$. Compruébese que se trata de un mínimo.
- b) Para $a = 2$, calcúlese el valor de $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran los sucesos A , B y C de un experimento aleatorio tales que : $P(A) = 0,09$; $P(B) = 0,07$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,97$. Además los sucesos A y C son incompatibles.

- a) Estúdiese si los sucesos A y B son independientes.
- b) Calcúlese $P(A \cap B | C)$.

Nota: \bar{S} denota el suceso complementario del suceso S .

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

La cantidad de fruta, medida en gramos, que contienen los botes de mermelada de una cooperativa con producción artesanal se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica de 10 gramos.

- a) Se seleccionó una muestra aleatoria simple de 100 botes de mermelada, y la cantidad total de fruta que contenían fue de 16.000 gramos. Determínese un intervalo de confianza al 95 % para la media μ .
- b) A partir de una muestra aleatoria simple de 64 botes de mermelada se ha obtenido un intervalo de confianza para la media μ con un error de estimación de 2,35 gramos. Determínese el nivel de confianza utilizado para construir el intervalo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + az = a + 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema en función de los valores de a .
- b) Resuélvase el sistema para $a = 2$.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$$

- a) Calcúlense los máximos y mínimos locales de f y representese gráficamente la función.
- b) Determínese el área del recinto cerrado comprendido entre la gráfica de la función f y las rectas $x = 1$, $x = 2$ e $y = 4$.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3}{(x-2)^2} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Estúdiese la continuidad de esta función.
- b) Determínense las asíntotas de esta función.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que un trabajador llegue puntual a su puesto de trabajo es $3/4$. Entre los trabajadores que llegan tarde, la mitad va en transporte público. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) Un trabajador elegido al azar llegue tarde al trabajo y vaya en transporte público.
- b) Si se eligen tres trabajadores al azar, al menos uno de ellos llegue puntual. Supóngase que la puntualidad de cada uno de ellos es independiente de la del resto.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

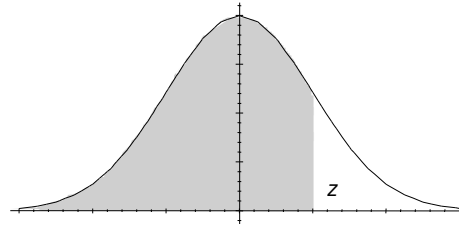
En cierta región, el gasto familiar realizado en gas natural, medido en euros, durante un mes determinado se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica 75 euros.

- a) Determínese el mínimo tamaño muestral necesario para que al estimar la media del gasto familiar en gas natural, μ , mediante un intervalo de confianza al 95 %, el error máximo cometido sea inferior a 15 euros.
- b) Si la media del gasto familiar en gas natural, μ , es de 250 euros y se toma una muestra aleatoria simple de 81 familias, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral, \bar{X} , sea superior a 230 euros?

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Determinación correcta de la matriz A^2 0,25 puntos.
- Determinación correcta de A^{15} 0,25 puntos.
- Cálculo correcto del determinante de A 0,25 puntos.
- Indicación de la inexistencia de la inversa de A 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de la matriz inversa de B 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de BA^tB^{-1} 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de $(BA^tB^{-1} - 2I)^3$, y su determinante.....0,25 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

- Planteamiento correcto del problema de programación lineal..... 0,75 puntos.
- Representación correcta de la región factible o bien localización correcta de los vértices..... 0,75 puntos.
- Localización y obtención del máximo..... 0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de la derivada de la función 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de la constante a 0,50 puntos.
- Comprobación de mínimo 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de la primitiva 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la integral definida..... 0,50 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Expresión correcta de la condición de independencia 0,50 puntos
- Respuesta correcta 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto 0,50 puntos
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza..... 0,25 puntos.
- Obtención correcta del intervalo de confianza.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto 0,50 puntos.
- Obtención correcta de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos
- Obtención correcta del nivel de confianza 0,25 puntos.

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Determinación de los valores críticos..... 0.50 puntos.
- Discusión correcta 0.50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Solución correcta del sistema 1 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Obtención del máximo 0.50 puntos.
- Obtención correcta de los puntos de corte..... 0,25 puntos.
- Esbozo de la gráfica de f..... 0.25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto del valor del área con la integral 0.50 puntos.
- Obtención correcta de la primitiva 0.25 puntos.
- Cálculo correcto de la integral definida..... 0.25 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Obtención correcta de $f(0)$ y de los límites laterales en $x=0$ 0.50 puntos.
- Discusión correcta 0.50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo de la asíntota vertical de f..... 0,25 puntos.
- Cálculo de la asíntota horizontal de f 0,25 puntos.
- Cálculo de la asíntota oblicua de f..... 0.50 puntos

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Expresión correcta del tamaño muestral (o del error)..... 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Cálculo correcto del tamaño de la muestra 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento y expresión correcta de la distribución en el muestreo de \bar{X} 0.50 puntos
- Obtención correcta de la probabilidad..... 0.50 puntos

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados